

# Scale and True Scale?

According to Snyder (1987), no map projection shows scale correctly throughout the map, but there are usually one or more lines on the map along which the scale remains true. By choosing the locations of these lines properly, the distortions elsewhere may be minimized, although some distortions may still be large, depending on the size of the area being mapped and the projection. Some projections show true scale between one or two points and every other point on the map, or along every meridian. These are called *equidistant* projections.

Since no map projection maintains correct scale throughout, it is important to determine the extent to which it varies on a map. On a world map, qualitative distortion is evident to an eye familiar with maps, after noting the extent to which landmasses are improperly sized or out of shape, and the extent to which meridians and parallels do not intersect at right angles, or are not spaced uniformly along a given meridian or given parallel. On maps of countries or even of continents, distortion may not be evident to the eye, but it becomes apparent upon careful measurement and analysis (Snyder 1987).

It is interesting that Snyder (1987) has no map scale definition! Geography or cartography textbooks, manuals or wiki's usually have this definition (Snyder, Voxland 1989, Wiki.gis 2021):

The *scale* of a map is the ratio of a distance on the map to the corresponding distance on the ground.

Similarly: *Scale* is the ratio of the distance on a map or globe to the corresponding distance on the Earth; usually stated in the form 1:5,000,000, for example.

However, this is not true if the map was made in a map projection. Namely, map projection is mapping

from the curved surface (sphere or ellipsoid) into a plane. The ground or the Earth surface is not a sphere or ellipsoid, everybody knows that. Therefore, before using map projection, objects from space should first be somehow mapped to a sphere or ellipsoid. A map projection can then be applied as mapping from a sphere or ellipsoid to a plane. We can then define the map scale as the ratio of the distance on the map to the corresponding distance on the sphere or ellipsoid. This will obviously not be the same value as the ratio of the distance on the map to the corresponding distance on the ground, but its more or less approximate value.

Thus, the map scale is not the ratio of the distance on the map to the corresponding distance on the ground, but the ratio of the distance on the map to the corresponding distance on the sphere or ellipsoid. Such scale is known as the principal (linear) scale. The principal scale is usually indicated on maps because it determines the general degree of reduction of the length on the map. On most maps, it is usually simply called 'scale' and is known as the map scale.

The scale changes from point to point, and usually depends on direction. This is the local scale. The *local linear scale factor*  $c$  is the ratio of the differential of the curve arc in the plane of projection and the differential of the corresponding curve arc on the ellipsoid or spherical surface.

The local scale  $LS$  is the product of the principal scale  $PS$  and the local linear scale factor  $c$ :

$$LS = c \cdot PS$$

Since the local scale also depends on the direction, it would be more correct to write

$$LS(\alpha) = c(\alpha) \cdot PS$$

where we denoted the observed direction as  $\alpha$ .

The next problem is the definition of the local linear scale factor. According to Snyder and Voxland (1989), the *scale factor* is the ratio of the scale at a particular location and direction on a map to the stated scale of the map. At a standard parallel, or other standard line, the scale factor is 1.0. In other words

$$\frac{LM(\alpha)}{GM} = c(\alpha), \text{ for some } \alpha$$

is valid at a standard line. This would mean, for example, that all parallels are standard in normal orthographic and sinusoidal (Sanson) projection. To avoid this, it is necessary to define a standard line as the line to which

$$\frac{LM(\alpha)}{GM} = c(\alpha), \text{ for all } \alpha \in [0, 2\pi]$$

applies at each point.

The notion of *true scale* is related to this. According to Snyder and Voxland (1989), the true scale or correct scale is the linear scale having exactly the same value as the stated or nominal scale of the map, or a scale factor of 1.0. This definition makes full sense if one looks at the scale factor in all directions, not just in one.

## References / Literatura

- Snyder, J.P. (1987) *Map projections – a working manual*. U.S. Geological Survey Prof. Paper 1395, 383 p. Reprinted 1989 and 1994 with corrections.
- Snyder, J.P., and Voxland, P.M. (1989) *An album of map projections*. U.S. Geological Survey Prof. Paper 1453, 249 p. Reprinted 1994 with corrections.
- Wiki.gis (2021) Scale, [http://wiki.gis.com/wiki/index.php/Scale\\_\(map\)](http://wiki.gis.com/wiki/index.php/Scale_(map)) (Accessed 19 May 2021)

Miljenko Lapaine ■

# Mjerilo i istinito mjerilo?

Prema Snyderu (1987) niti jedna kartografska projekcija ne prikazuje ispravno mjerilo na cijeloj karti, ali na karti obično postoji jedna ili više linija uzduž kojih mjerilo ostaje točno. Pravilnim odabirom tih linija, pogreške mjerila na drugim mjestima mogu se smanjiti, iako neke pogreške i dalje mogu biti velike, ovisno o veličini područja koja se preslikava i o projekciji. Neke projekcije pokazuju istinito mjerilo između jedne ili dviju točaka i svih drugih točaka na karti ili uzduž svakog meridijana. Takve se projekcije nazivaju *ekvidistantnim* projekcijama.

Budući da niti jedna kartografska projekcija daje ispravno mjerilo na cijeloj karti, važno je odrediti u kojoj se mjeri mjerilo mijenja na karti. Na karti svijeta distorziju može primijetiti svako oko koje poznaje karte, ako uoči u kojoj mjeri su kopnene mase neodgovarajuće veličine ili drukčijeg oblika, te u kojoj se mjeri meridijani i paralele ne sijeku pod pravim kutom ili nisu razmaknuti jednoliko po zadanom meridijanu ili zadanom paraleli. Na kartama zemalja ili čak kontinenata distorzija možda nije vidljiva na prvi pogled, ali postaje očita pažljivim mjerenjem i analizom (Snyder 1987).

Zanimljivo je da Snyder (1987) nema definiciju mjerila karte! Udžbenici, priručnici ili wiki iz geografije ili kartografije obično imaju ovu definiciju (Snyder, Voxland 1989, Wiki.gis 2021):

*Mjerilo* karte je omjer udaljenosti na karti i odgovarajuće udaljenosti na zemlji.

Slično: *Mjerilo* je omjer udaljenosti na karti ili globusu i odgovarajuće

udaljenosti na Zemlji; obično se navodi u obliku na primjer 1:5 000 000.

Međutim, to nije istina ako je karta izrađena u kartografskoj projekciji. Naime, kartografska projekcija karte je preslikavanje zakrivljene površine (sfere ili elipsoida) u ravninu. Tlo ili površina Zemlje nisu sfera ili elipsoid, to svi znaju. Stoga prije upotrebe kartografske projekcije, objekte iz prostora prvo treba nekako preslikati na sferu ili elipsoid. Nakon toga može se primijeniti kartografska projekcija kao preslikavanje sfere ili elipsoida u ravninu. A onda možemo definirati mjerilo karte kao omjer udaljenosti na karti i odgovarajuće udaljenosti na sferi ili elipsoidu. To očito neće biti jednaka vrijednost omjeru udaljenosti na karti i odgovarajuće udaljenosti na zemljištu, već njegova više ili manje približna vrijednost.

Dakle, mjerilo karte nije omjer udaljenosti na karti i odgovarajuće udaljenosti na tlu, već omjer udaljenosti na karti i odgovarajuće udaljenosti na sferi ili elipsoidu. To mjerilo je poznato pod nazivom glavno mjerilo (duljina). Glavno mjerilo je obično označeno na kartama jer određuje opći stupanj smanjenja duljine na karti. Na većini karata obično se naziva jednostavno 'mjerilo', odnosno mjerilo karte.

Mjerilo se mijenja od točke do točke, i obično ovisi o smjeru. To je lokalno mjerilo. *Faktor lokalnog mjerila duljina*  $c$  je omjer diferencijala luka krivulje u ravnini projekcije i diferencijala odgovarajućeg luka krivulje na elipsoidu ili sferi.

Lokalno mjerilo  $LM$  je produkt glavnog mjerila  $GM$  i faktora lokalnog mjerila duljina  $c$ :

$$LM = c \cdot GM.$$

Budući da lokalno mjerilo ovisi o smjeru, bilo bi bolje pisati

$$LM(\alpha) = c(\alpha) \cdot GM,$$

gdje smo uočeni smjer označili s  $\alpha$ .

Sljedeći problem je definicija faktora lokalnog mjerila duljina. Prema Snyderu i Voxlandu (1989) *faktor mjerila* je omjer mjerila na određenom mjestu i smjeru na karti i mjerila napisanog na karti. Na standardnoj paraleli, ili na drugoj standardnoj liniji, faktor mjerila jednak je 1.0. Drugim riječima

$$\frac{LM(\alpha)}{GM} = c(\alpha), \text{ za neki } \alpha$$

vrijedi na standardnoj liniji. To bi primjerice značilo da su sve paralele standardne u uspravnoj stereografskoj i sinusoidnoj (Sansonovoj) projekciji. Da bi se to izbjeglo, nužno je definirati standardnu liniju kao liniju za koju vrijedi

$$\frac{LM(\alpha)}{GM} = c(\alpha), \text{ za svaki } \alpha \in [0, 2\pi]$$

u svakoj točki.

S tim je u vezi pojam *istinitog mjerila*. Prema Snyderu i Voxlandu (1989) istinito ili ispravno mjerilo je mjerilo duljina koje ima egzaktno istu vrijednost koja je napisana na karti, ili na mjestima na kojima je faktor mjerila jednak 1.0. Ta definicija ima puni smisao samo ako se gleda faktor mjerila u svim smjerovima, a ne samo u jednom.

Miljenko Lapaine ■