

Online Ephemerides – the Equation of Time and True Solar Time, Sunrise and Sunset and the Corresponding Azimuths

Goran TOMAC and Drago ŠPOLJARIĆ

University of Zagreb, Faculty of Geodesy, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, Croatia, dspoljar@geof.hr

Abstract. The paper describes the Croatian web page *Online ephemerides* with its applications for calculating and visualising the equation of time and the analemma, converting zone time (zone or civil time) into true solar time (the time shown by sundials) and calculating the time of sunrise and sunset and the corresponding azimuths. The calculated values for the equation of time, ephemeris transit and the true solar time of ± 4 seconds, sunrise and sunset times of ± 30 seconds and the azimuth of $\pm 30^\circ$ must meet the accuracy needed by both amateur and professional astronomers. The web applications described are also adapted for smart phones.

Keywords: online ephemerides, equation of time, true solar time, mean solar time, analemma, zone time, sunrise and sunset, azimuth of sunrise and sunset

1 Introduction

For thousands of years, people have known that time is irregular during the year if determined by observations of the apparent daily motion of the Sun. However, they were not interested whether the length (duration) of the solar day changed during the year, or in establishing the exact time, but when the seasons changed, when it was time to plough or harvest, and whether other vitally important events were in harmony with the annual motion of the Earth. Of course, the seasons are not equal in length, nor do they start at the same time and on the same day, due to the faster and slower annual motion of the Earth. Differences in the beginnings of the seasons during a year can amount to as much as 54 hours, i.e. 2.25 days (Karney 2009, Špoljar-ić 2013).

The classical astronomer Hipparchus (2nd century B.C.) was one of the first to determine the duration of

the seasons based on observations and knowledge that had been accrued for centuries by the Chaldeans of Babylonia. Geminus of Rhodes (1st century B.C.) concluded by monitoring the duration of the real solar day that noon was not always at the same time and was most probably caused by the tilting of the Earth's rotational axis to the plane of the ecliptic. Ptolemy (2nd century A.D.) wrote later in *Almagest* about the duration and differences in the duration of the solar day, also describing two causes of these differences (Karney 2009).

Mediaeval astronomers also studied the duration of the solar day, but made no significant advances. However, the calculation of the Sun's distance (the ecliptic distance of the Sun from the spring equinox improved and the degree of the Earth's axial tilt to the orbital plane was determined more accurately. One of the first modern tables of differences in the length of the solar day, i.e. the difference between the true and mean solar time that we call the equation of time today, was

Online efemeride – jednadžba vremena i pravo Sunčevo vrijeme, izlasci i zalasci Sunca i pripadajući azimuti

Goran TOMAC i Drago ŠPOLJARIĆ

Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, dspoljar@geof.hr

Sažetak. U radu su opisane web stranice *Online efemeride* s aplikacijama za izračun i vizualizaciju jednadžbe vremena i analeme, preračunavanje pojasnog (zonskog ili građanskog) vremena u pravo Sunčevo vrijeme (vrijeme koje pokazuju sunčane ure) te izračun vremena izlaska i zalaska Sunca i pripadajućih azimuta. Točnost izračunanih vrijednosti jednadžbe vremena, efemeridnog prolaza i pravog Sunčeva vremena je ± 4 sekunde, vremena izlaska i zalaska Sunca ± 30 sekundi i azimuta $\pm 30''$ i zadovoljava točnost potrebnu ne samo amaterima astronomima, već i profesionalnim astronomima. Opisane su web aplikacije prilagođene i pametnim telefonima.

Ključne riječi: online efemeride, jednadžba vremena, pravo Sunčevo vrijeme, srednje Sunčevo vrijeme, analema, pojasno (zonsko) vrijeme, izlazak i zalazak Sunca, azimut izlaska i zalaska Sunca

1. Uvod

Još su prije više tisućljeća stari narodi znali da je vrijeme, određeno iz motrenja prividnog obdaničkog gibanja Sunca, tijekom godine neravnomjerno. Međutim, njih nije zanimalo mijenja li se dužina (trajanje) Sunčevog dana tijekom godine ili koliko je točno sati, već kada počinje koje godišnje doba ili kada je vrijeme za oranje i žetvu i slične, njima životno važne prigode „usklađene“ sa Zemljinim godišnjim gibanjem. Zbog bržeg i sporijeg godišnjeg Zemljina gibanja, godišnja doba ne traju jednako dugo i ne počinju tijekom godina uvijek u isto vrijeme i istoga dana. Razlike u početku godišnjih doba tijekom godina mogu biti i do 54 sata, odnosno 2,25 dana (Karney 2009, Špoljarić 2013).

Među prvima koji je, na osnovu svojih promatranja i znanja koja su stoljećima skupljali Kaldejci iz Babilonije, preciznije odredio trajanje pojedinog godišnjeg doba je antički astronom Hiparh (II. st. pr. Kr.). Geminus s

Rodosa (I. st. pr. Kr.) je, prateći trajanje pravog Sunčevog dana, zaključio da podne nije uvijek u isto vrijeme i da je najvjerojatnije uzrok tome nagib Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike. Kasnije je Ptolemej (II. st.) u svome djelu *Almagest* pisao o trajanju i razlikama u trajanju pravog Sunčeva dana, opisujući pritom i dva uzroka zbog kojih nastaju razlike u trajanju (Karney 2009).

Trajanjem pravog Sunčevog dana bavili su se i srednjovjekovni astronomi, ali nisu ostvarili neki značajniji napredak. Poboljšan je jedino izračun Sunčeve dužine (ekliptička udaljenost Sunca od proljetne točke) i točnije je određen iznos nagiba Zemljine osi na ravninu ekliptike. Jednu od prvih „suvremenih“ tablica razlika u trajanju pravog Sunčevog dana, odnosno razlika između pravog i srednjeg Sunčeva vremena, koju danas nazivamo jednadžba vremena, objavio je Christiaan Huygens 1669. godine u svome radu *Instructions Concerning the Use of Pendulum-Watches for finding the Longitude at Sea*.

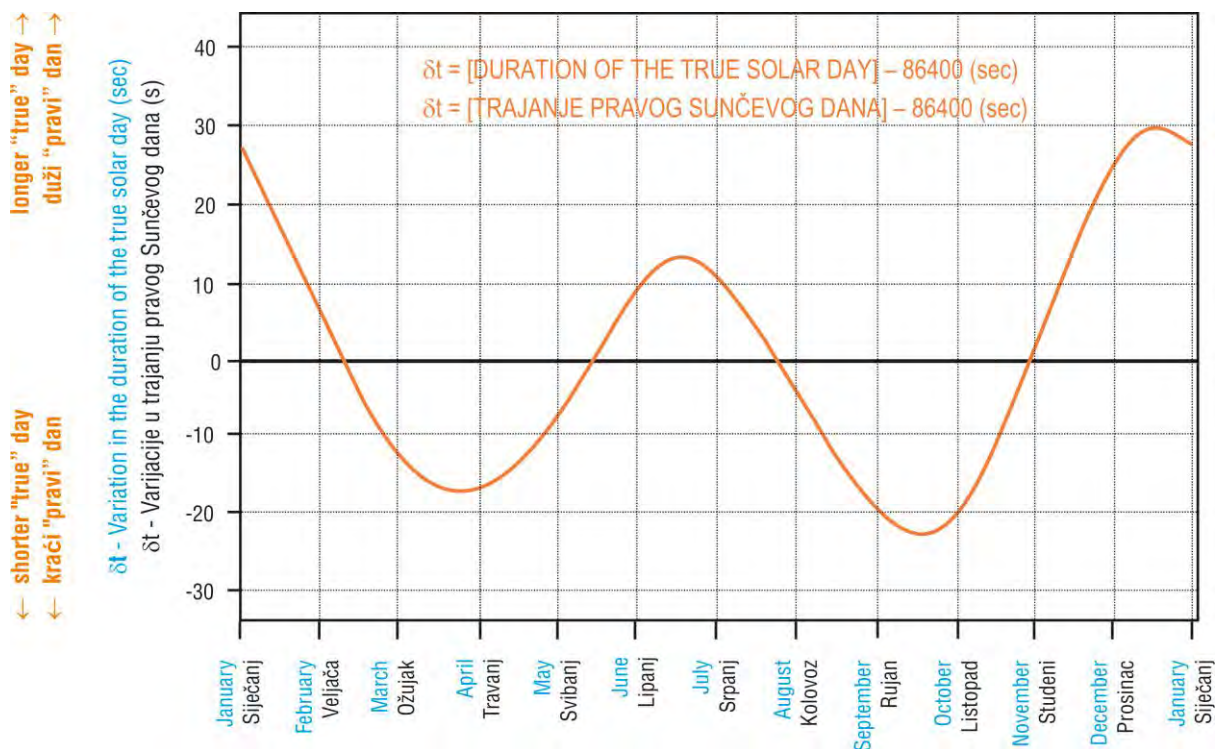


Fig. 1 Variation in the duration (length) of the true solar day

Slika 1. Varijacije u trajanju (dužini) pravoga Sunčevog dana

published by Christiaan Huygens in 1669, in *Instructions Concerning the Use of Pendulum-Watches, for finding the Longitude at Sea*.

In order to define the true (apparent) and mean solar time, it is necessary to explain the terms true (apparent) Sun and mean Sun. The Sun as observed in the sky is called the true (apparent) Sun, while the time which elapses between two successive transits of the true Sun over the observer's position on the local meridian (at the highest altitude over the horizon) is called the true (apparent) solar day. Due to the irregular motion of the Sun (in relation to the Earth) on the ecliptic (in January 1.019° /per day, and in June 0.953° /per day), the length of the solar day varies throughout the year. Thus, the apparent (true) solar day in summer and winter is longer, and shorter in spring and autumn. However, the mean solar day – the time between two successive transits of the disc of the apparent (true) Sun over the observer's local meridian – has a constant length of 24 hours (86,400 seconds). In relation to the mean solar day, the true solar day may be at the most 30 seconds longer or about 22 seconds shorter. The longest days are in mid-December and the shortest in mid-September (Fig. 1).

Therefore, true (apparent) solar time represents the measurement of the irregular passage of time based on the uneven velocity of the true Sun, while mean solar

time represents the measurement of the even passage of time based on the motion of the apparent (true) Sun, assuming that the Earth's rotation is constant. Mean solar time is measured by mechanical, quartz and atomic clocks, and apparent (true) solar time is measured by sundials. Since true solar time and mean solar time are related to the positional meridian, they are also called local true solar time and local mean solar time (Špoljarić 2013).

The time shown on our clocks is called zone (civil) time and is based on the division of the Earth into 24 time zones, each 15° of longitude wide (URL1, 2). The zone time in each particular time zone is defined by the local mean solar time for the central meridian that bisects the specific zone. Time zones are not always defined by meridians, for practical reasons, and may follow state borders, when necessary (Fig. 2, URL1).

The time in the first (initial) zone bisected by the Greenwich meridian, also called the international or prime meridian ($\Lambda = 0^\circ$) is called world or universal time (Universal Time/UT), and is practically the same as Universal Time Coordinated (UTC). The meridian of the latitude $\Lambda = 15^\circ$ is the central meridian of the Central European time zone to which Croatia also belongs, (Fig. 2) with a zone time that differs from Universal Time by +1 hour.

Kako bismo definirali pravo (prividno) i srednje Sunčevo vrijeme, potrebno je objasniti pojmove pravo (prividno) Sunce i srednje Sunce. Sunce koje motritelj promatra na nebeskom svodu nazivamo pravo (prividno) Sunce, a vrijeme između dva uzastopna prolaska središta diska pravog Sunca stajališnim meridijanom motritelja (najvišom točkom iznad obzora) nazivamo pravi (prividni) Sunčev dan. Zbog godišnjeg neravnomjernog gibanja Sunca (u naravi Zemlje) po ekliptici (u siječnju $1,019^\circ/\text{dan}$, a u srpnju $0,953^\circ/\text{dan}$) trajanje pravog Sunčeva dana varira tijekom godine. Tako su pravi Sunčevi dani ljeti i zimi duži, a u proljeće i jesen kraći. Za razliku od njih, srednji je Sunčev dan – vrijeme između dva uzastopna prolaska središta diska zamišljenog (fiktivnog) Sunca stajališnim meridijanom motritelja – konstantnog trajanja od 24h (86 400 s). U odnosu na srednji dan, pravi Sunčev dan može biti najviše oko 30 sekundi duži ili oko 22 sekunde kraći. Najduži su dani sredinom prosinca, a najkraći sredinom rujna (sl. 1).

Dakle, pravo (prividno) Sunčevo vrijeme predstavlja mjeru neravnomjernog tijeka vremena utemeljenu na

neujednačenoj brzini pravog Sunca, dok srednje Sunčevo vrijeme predstavlja mjeru ravnomjernog tijeka vremena utemeljenu na gibanju zamišljenog (fiktivnog) Sunca, uz pretpostavku da je Zemljina rotacija konstantna. Srednje Sunčevo vrijeme mjerimo/odbrojavamo mehaničkim, kvarcnim i atomskim urama, dok je prividno (pravo) Sunčevo vrijeme moguće mjeriti s pomoću sunčanih ura (sunčanika). S obzirom na to da se pravo Sunčevo vrijeme i srednje Sunčevo vrijeme odnose na stajališni meridijan, nazivamo ih i mjesno pravo Sunčevo vrijeme i mjesno srednje Sunčevo vrijeme (Špoljarić 2013).

Vrijeme koje pokazuju naši satovi nazivamo pojasno (zonsko, građansko) vrijeme, a temelji se na podjeli Zemlje na 24 vremenske zone (pojasa) širine 15° (URL1, 2). Pojasno vrijeme u nekoj zoni definirano je mjesnim srednjim Sunčevim vremenom za meridijan koji raspolavlja dotičnu zonu. Vremenske zone, iz praktičnih razloga, nisu nužno ograničene meridijanima, već, po potrebi, prate državne granice (sl. 2, URL1).

Vrijeme u prvoj (početnoj) zoni koju raspolavlja grinički meridijan, zvan i međunarodni ili prvi meridijan ($\Lambda = 0^\circ$), nazivamo svjetsko ili opće vrijeme (Universal Time/UT) i ono je praktički jednako svjetskom usklađenom vremenu (Coordinated Universal Time/UTC) koje je danas u javnoj primjeni. Meridijan geografske dužine $\Lambda = 15^\circ$ središnji je meridijan srednjoeuropskog vremenskog pojasa u kojem se nalazi i Hrvatska (sl. 2) s pojasnim vremenom koje se razlikuje od svjetskog za +1 sat.

Pojasno se vrijeme primjenjuje od 1884. godine, a do početka 20. st. većina zemalja u svijetu prihvatila ga je kao službeno. Iako je prvobitno zamišljeno da postoje isključivo satne vremenske zone, pojedine su zemlje poput Afganistana, Venezuele i Šri Lanke uvele zone od pola sata, a neke zemlje, poput Indije i Kine, primjenjuju na svome teritoriju samo jednu vremensku zonu (URL1).

2. Jednadžba vremena

Jednadžbom vremena (engl. *Equation of Time, EoT*) nazivamo razliku između neravnomjernog tijeka vremena koje pokazuju sunčane ure (satovi) i uniformnog (ujednačenog) tijeka vremena koje pokazuju naši satovi, a koje upotrebljavamo u svakodnevnom životu. Drugim riječima, jednadžba vremena razlika je između pravog (prividnog) Sunčeva vremena i srednjeg Sunčeva vremena (Roša 2011). Razlika pravog Sunčeva vremena i srednjeg Sunčeva vremena uvjetovana je eliptičnom Zemljinom stazom (ekliptikom) i nagibom Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike. Njihovi su zasebni doprinosi (iznosi) prikazani na slici 3.

Utjecaj eliptične Zemljine staze na jednadžbu vremena jednak je nuli dva puta godišnje - u trenutku kada

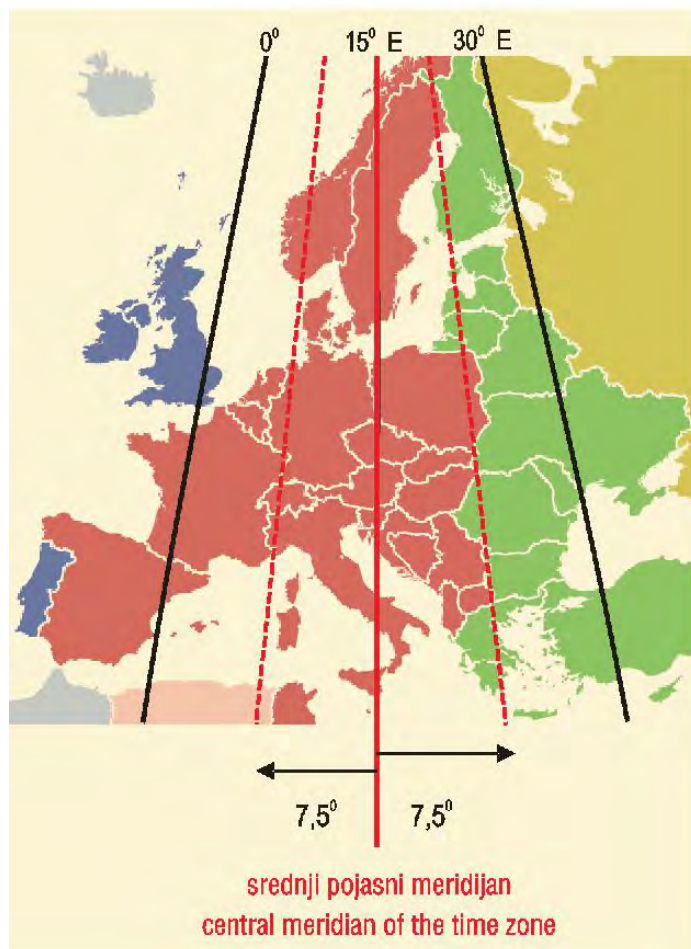


Fig. 2 Central European time zone

Slika 2. Srednjoeuropska vremenska zona (pojas)

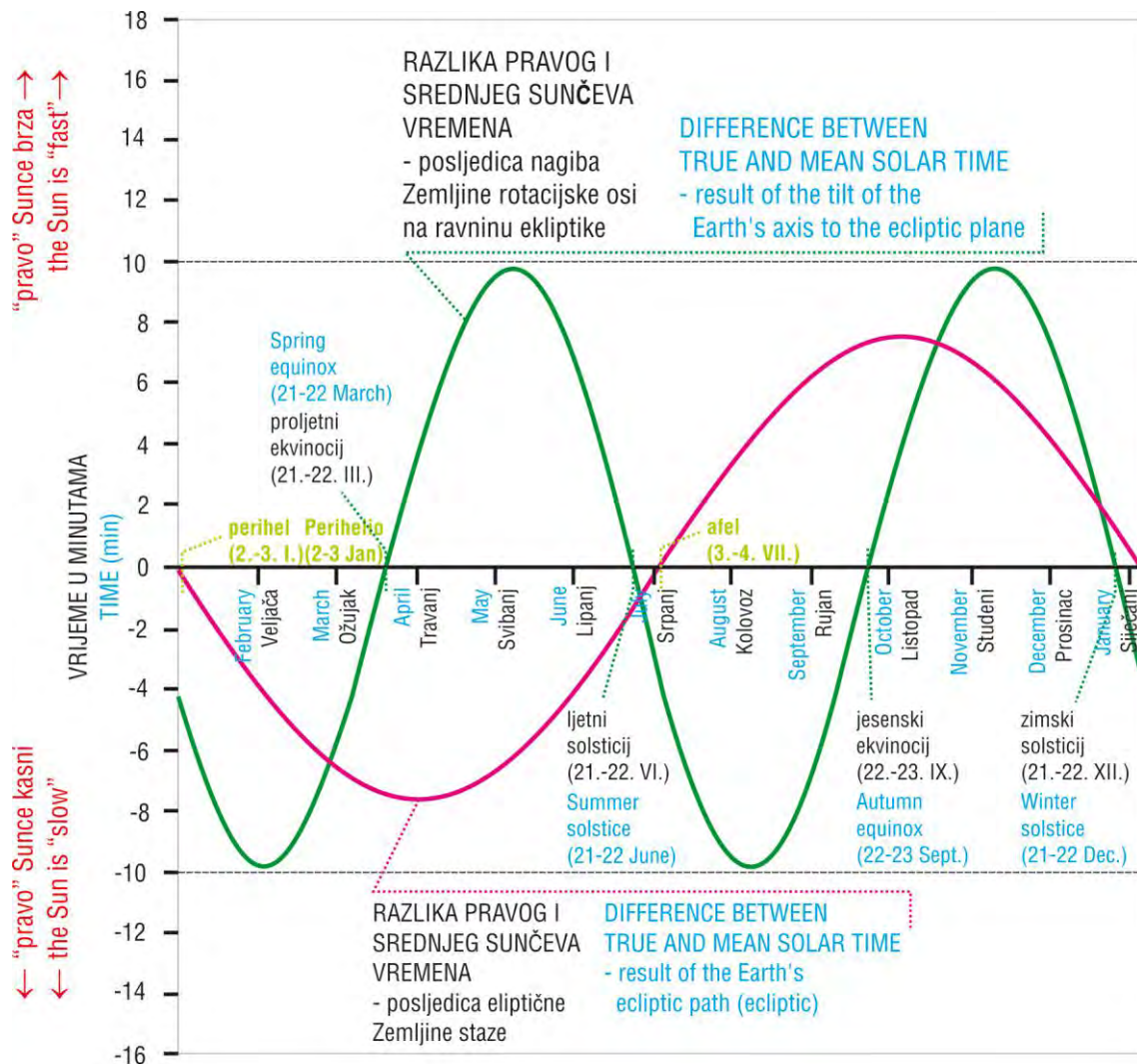


Fig. 3 Separate contributions of the Earth's elliptic path and rotational axis to the equation of time
Slika 3. Zasebni doprinosi Zemljine eliptične staze i rotacijske osi na jednadžbu vremena

Zone time has been applied since 1884, and until the beginning of the 20th century, most countries accepted it as official. Although it was originally conceived that there would be only hour time zones, individual countries like Afghanistan, Venezuela and Sri Lanka introduced half-hour zones, while others, like India and China, use only one time zone throughout their territory (URL1).

2 Equation of Time

The equation of time (EoT) is the difference between the irregular passage of time measured with sundials and the uniform passage of time measured by the clocks we use in everyday life. In other words, the equation of time is the difference between true (apparent) solar time and mean solar time (Roša 2011). As mentioned in the introduction, the difference between true and mean solar time is conditional upon the Earth's elliptical path

(ecliptic) and the tilt of its axis to the ecliptic plane. These separate factors (amounts) are presented in Fig. 3.

The influence of the Earth's elliptical path on the equation of time is equal to zero twice a year; when the Earth is nearest to the Sun (the perihelion, at the beginning of January), and when it is farthest from the Sun (the aphelion, at the beginning of June). If the Earth's path around the Sun was circular, the influence would be equal to zero due to eccentricity, but the duration of the true solar day would still be uneven. The reason for this is the tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane (Špoljarić 2013, URL3).

The tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane has no influence on the equation of time four times a year, during the summer and winter solstices, and the spring and autumn equinoxes. With the present tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane of 23.4° , the maximum absolute amount is 9 minutes 52.5 seconds .

je Zemlja najbliže Suncu (perihel, početkom siječnja) i kada je najudaljenija od njega (afel, početak srpnja). Kada bi Zemljina staza oko Sunca bila kružna, utjecaj bi zbog ekscentriciteta bio jednak nuli, no trajanje bi pravog Sunčeva dana i dalje bilo neujednačeno. Tomu je razlog nagib Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike (Špoljarić 2013, URL3).

Nagib Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike četiri puta godišnje ne utječe na jednadžbu vremena - u vrijeme ljetnog i zimskog solsticija (suncostaja) te proljetnog i jesenskog ekvinocija (ravnodnevice, ravnonoćja). Uz trenutačni nagib Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike od $23,4^\circ$, maksimalan apsolutni iznos ovog utjecaja iznosi 9 minuta i 52,5 sekunde.

Kada zbrojimo utjecaj ekscentriciteta Zemljine eliptične staze i utjecaj nagiba Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike, dobivamo poznati oblik krivulje jednadžbe vremena (sl. 4).

Ako vrijednosti jednadžbe vremena prikazemo u zavisnosti od deklinacije Sunca, dobit ćemo krivulju oblika broja osam. Tu krivulju nazivamo analema. Ona prikazuje položaj Sunca na nebeskom svodu u srednje Sunčevo podne za svaki dan u godini (sl. 5).

Kada bi Zemljina staza oko Sunca bila kružna, a os rotacije okomita na ravninu ekliptike, analema bi bila sažeta u jednoj točki.

3. Izlasci i zalasci Sunca

Sunčev izlazak i zalazak trenutak je u kojem je gornji rub Sunčeva diska na prividnom horizontu (istočnom ili zapadnom), tj. kada, u odnosu na Zemljino središte, prava zenitna daljina središta Sunčeva diska iznosi $90^\circ 50'$, pri čemu se za horizontsku refrakciju uzima $34'$, a za Sunčev prividni polumjer $16'$ (Roša i Špoljarić 2001). Zbog velike atmosferske refrakcije na horizontu (obzoru) stvara se dojam da Sunce ranije izlazi, odnosno kasnije zalazi, iako je ono geometrijski ispod ravnine obzora. Osim toga, refrakcija utječe i na Sunčev oblik na obzoru: više djeluje na donji rub Sunčeva diska od gornjeg zbog čega se stvara dojam da je Sunčev disk širi nego viši. (URL11, 12).

3.1. Vrijeme izlaska i zalaska Sunca

Zbog nagiba Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike, Zemljine rotacije, kao i Mjesečeva utjecaja i utjecaja drugih planeta, vrijeme izlaska i zalaska Sunca varira tijekom godine, a ovisno je i o geografskoj širini (položaju promatrača) na Zemljinoj površini. Na sjevernoj polutki Sunce najranije izlazi oko ljetnog, a najkasnije nakon zimskog solsticija. Slično vrijedi i za zalazak

Sunca. Na sjevernoj polutki Sunce najranije zalazi krajem studenoga ili početkom prosinca, a najkasnije zalazi krajem lipnja ili početkom srpnja. Na južnoj polutki situacija je obratna. Sunce najranije zalazi nešto prije ljetnog solsticija, a najkasnije nakon zimskog solsticija. Upravo je razlika između datuma najranijeg i najkasnijeg izlaska/zalaska Sunca i ljetnog/zimskog solsticija izravna posljedica nagiba Zemljine rotacijske osi na ravninu ekliptike i ekscentriciteta Zemljine eliptične staze.

3.2. Sumrak

Sumrak je vremensko razdoblje koje prethodi izlasku i nastupa nakon zalaska Sunca tijekom kojeg je nebo još uvijek djelomično svijetlo. Razlikujemo građanski, nautički i astronomski sumrak (Astronomical Almanac 2015). Građanski sumrak obuhvaća vremensko razdoblje u kojemu je zenitna daljina središta Sunčeva diska u rasponu od $90^\circ 50'$ do 96° . Taj je raspon za nautički sumrak od 96° do 102° , dok je za astronomski sumrak od 102° do 108° . Za vrijeme građanskog sumraka nebo je još uvijek dovoljno svijetlo da, uz povoljne vremenske uvjete, možemo dobro raspoznavati objekte na terenu. U vrijeme nautičkog sumraka na nebeskom su svodu vidljive najsajnije zvijezde, tzv. nautičke zvijezde. S pomoću njih i na osnovi vidljivog ruba horizonta pomorci mogu odrediti položaj broda i pouzdane orijentire. Astronomima je pak bitno da, za potrebe gotovo svih opažanja, nebeski svod bude u potpunosti taman, tj. da zenitna daljina središta Sunčeva diska bude veća od 108° . Trajanje sumraka varira ovisno o geografskoj širini. Primjerice, na ekvatoru trajanje građanskog sumraka može varirati između 20 i 25 minuta, dok na polovima građanski sumrak može potrajati i tjednima (URL13).

4. Opis razvijenih web aplikacija

Web stranice *Online efemeride* obuhvaćaju, za sada, sljedeće:

- aplikaciju za izračun i vizualizaciju jednadžbe vremena i analeme i preračunavanje pravog Sunčeva vremena u srednje (pojasno) vrijeme
- aplikaciju za izračun vremena izlaska i zalaska Sunca i pripadajućih azimuta.

Aplikacije su izrađene u HTML-u s CSS-om za definiranje i oblikovanje sadržaja web stranica te *JavaScript* skriptnog jezika za potrebe izvršenja izračuna unutar web preglednika. Za prilagodbu prikaza aplikacija na mobilnim telefonima (smartphones) korištena je skripta *Bootstrap*.

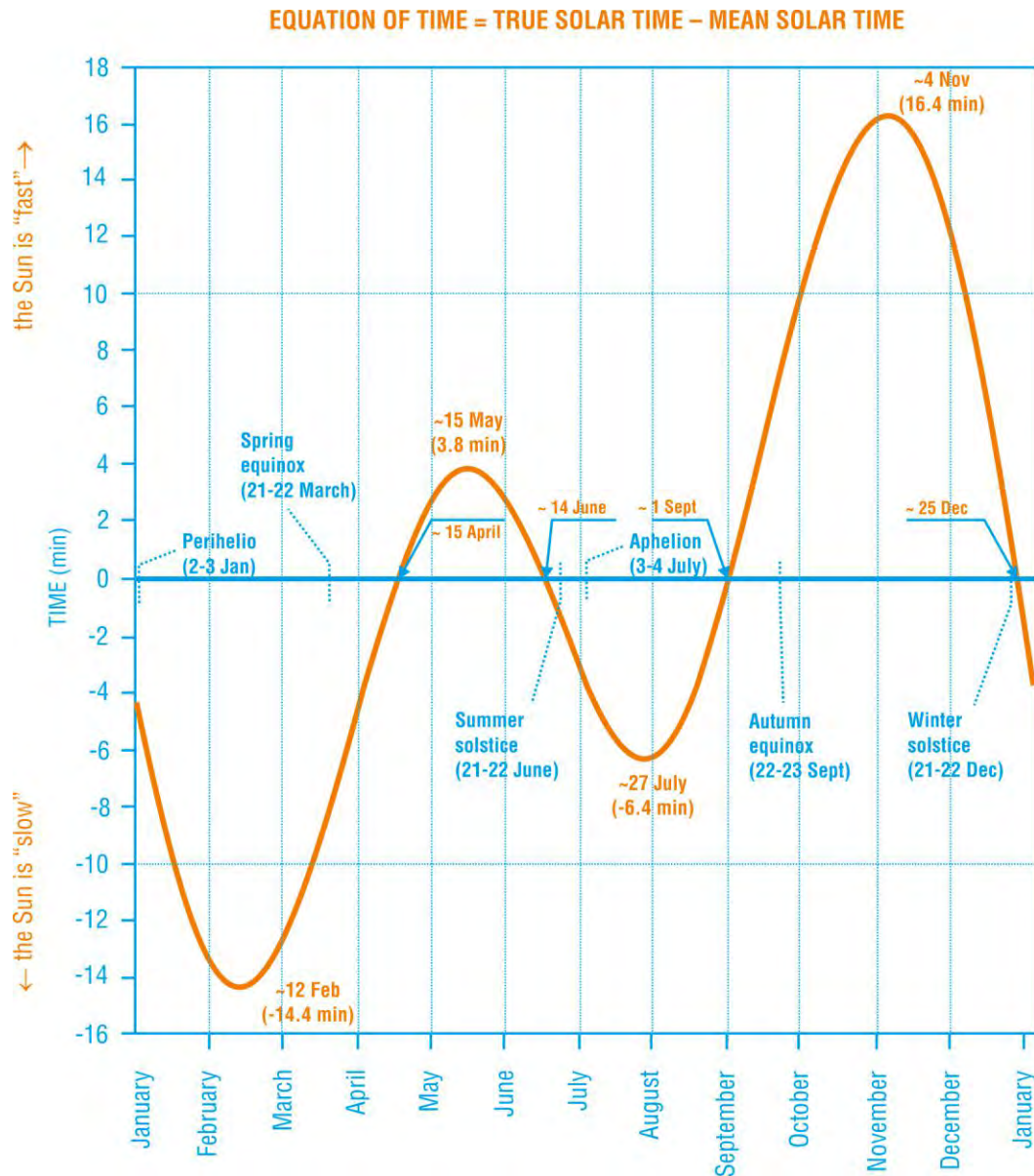


Fig. 4 Graph of the equation of time

Summing up the influence of the eccentricity of the Earth's elliptical path and the tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane, the familiar shape of curve of the equation time is obtained (Fig. 4).

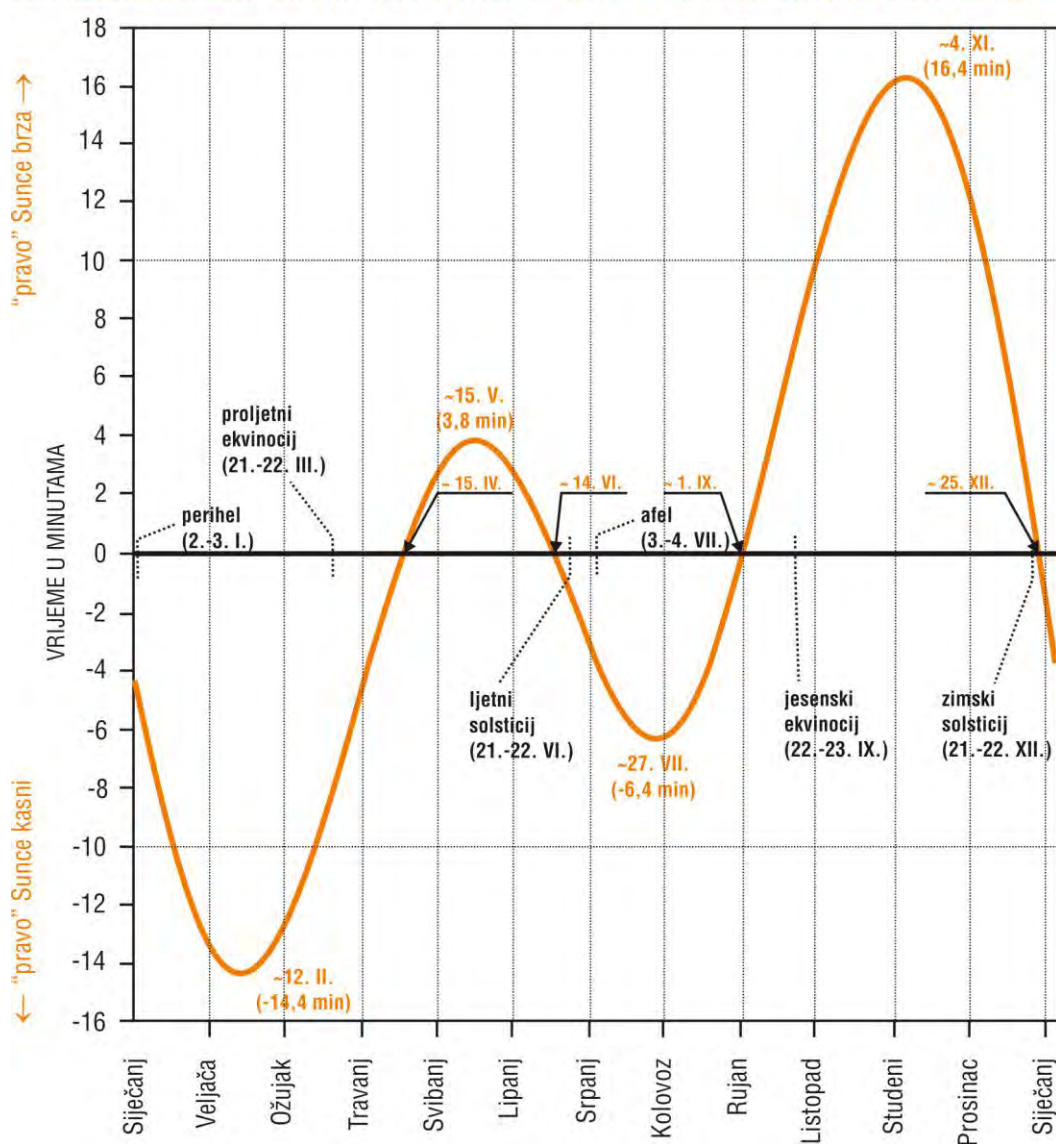
If the value of the equation of time is presented as dependent on the Sun's declination, a figure-of-eight curve is obtained. This curve is called an analemma. It shows the position of the Sun in the sky at mean noon for every day of the year (Fig. 5).

If the Earth's orbit were circular, and the rotational axis perpendicular to the ecliptic plane, the analemma would be compressed at one point.

3 Sunrise and Sunset

Sunrise and sunset are the moments at which the upper edge of the Sun's disc appears over or descends beneath the apparent horizon (east or west), i.e. when in relation to the Earth's centre, the true zenith distance of the Sun's disc centre is $90^{\circ}50'$, if $34'$ is taken as horizontal refraction and $16'$ as the apparent radius of the Sun (Roša and Špoljarić 2001). Due to great atmospheric refraction at the horizon, the Sun seems to rise earlier, or set later, although it is geometrically below the plane of the horizon. Refraction also affects the shape of the Sun

JEDNADŽBA VREMENA = MJESNO PRAVO SUNČEVO VRIJEME – MJESNO SREDNJE SUNČEVO VRIJEME



Slika 4. Graf jednadžbe vremena

4.1. Web aplikacija za izračun i vizualizaciju jednadžbe vremena i analeme

Na internetu su dostupne brojne aplikacije za izračun jednadžbe vremena (primjerice URL3 - 8), međutim, na njima je vrlo rijetko navedena točnost izračunanih veličina, a samo jedna od navedenih ima i neki oblik grafičkog prikaza. Od šest navedenih aplikacija, tri imaju mogućnost izračuna jednadžbe vremena za bilo koju geografsku dužinu. Kod preostalih se izračuni najčešće odnose za trenutak pojasnog podneva po svjetskom vremenu (UT/UTC, vremenske skale u kojoj je grinički meridijan središnji).

Zbog navedenoga, a da bismo točno, brzo i pouzdano mogli odrediti iznos jednadžbe vremena za bilo koji trenutak i bilo koju geografsku dužinu, preračunati pojasno vrijeme u pravo Sunčevo vrijeme (i obrnuto) te vizualizirati jednadžbu vremena i analemu izrađena je, kao zasebni dio internetskih *Online efemerida*, tematska web aplikacija dostupna na adresi http://astrogeo.geoinfo.geof.hr/online_efemeride/eot/ (slika 6).

Za vizualizaciju jednadžbe vremena i analeme primijenjen je besplatan alat *Google Charts* koji u web pregledniku omogućuje prikaz tabličnih podataka u obliku grafikona. S obzirom na to da se *Google Charts* u internetsku stranicu implementira kao *JavaScript* skripta pohranjena

at the horizon, giving the impression that the width of the Sun's disc is greater than its height. (URL11, URL12).

3.1 Sunrise and Sunset Time

Due to the tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane, the Earth's rotation, the Moon's influence, and the influence of other planets, the time of sunrise and sunset varies through the year and also depends on the latitude (the position of the observer on the Earth's surface). In the northern hemisphere, the Sun rises earliest around the summer solstice, and latest around the winter solstice. Sunsets are similar. In the northern hemisphere, the Sun sets earliest at the end of November or beginning of December, and latest at the end of June or beginning of July. In the southern hemisphere, the situation is reversed. The sun sets earliest just before the summer solstice, and latest after the winter solstice. The difference between the dates of the earliest and latest sunrises/sunsets and the summer/winter solstice is actually the direct consequence of the tilt of the Earth's rotational axis to the ecliptic plane and of the eccentricity of the Earth's elliptical path.

3.2 Twilight

Twilight is the period before sunrise and after sunset during which the sky is still partly lit. We can distinguish civil, nautical and astronomical twilight (Astronomical Almanac 2015). Civil twilight is the period of time in which the zenith distance of the Sun's disc centre is between $90^{\circ} 50'$ and 96° , the nautical interval is from 96° to 102° , and the astronomical interval is from 102° to 108° . During civil twilight, the sky is still light enough to allow objects on the ground to be recognised in good weather conditions. During nautical twilight, the brightest stars are visible in the sky. Sailors can use them and visible edge of the horizon to determine the position of ships and take reliable sightings. On the other hand, astronomers need the sky to be completely dark for their observations, i.e. the zenith distance of the Sun's disc centre should be greater than 108° . The duration of twilight can vary between 20 and 25 minutes, however, civil twilight can last for weeks at the poles (URL13).

4 Description of the Developed Web Applications

At this point the web page *Online ephemerides* includes the following:

- an application for calculating and visualising the equation of time and analemma, and converting true solar into mean (zone) time

- an application for calculating sunrise and sunset times and the corresponding azimuths.

The applications have been made in HTML with CSS for defining and designing the web page contents, and using JavaScript script to make the calculation within the web browser. A *Bootstrap* framework was used to adapt the application for mobile phones (smart phones).

4.1 Web Application for Calculating and Visualising the Equation of Time and Analemma

Numerous applications for calculating the equation of time are available on the Internet (for example, URL3-8), however, they rarely provide the declared accuracy of the values calculated, and only one also has some form of graphic presentation. Of six applications, three provide the possibility of calculating the equation of time for any longitude. The others offer calculation of the instant of zone noon according to Universal Time (UT/UTC, where Greenwich meridian is the central meridian).

Therefore, in order to determine the equation of time accurately, quickly and reliably for any moment and any longitude, to convert zone time into true solar time (and vice versa), and to visualise the equation of time and analemma, a thematic web application has been designed as a special part of *Online ephemerides*, available at http://astrogeo.geoinfo.geof.hr/online_efemeride/eot/ (Fig. 6).

The free tool *Google Charts* that presents tabular data in the form of a graph is used to visualise the equation of time and analemma. Since *Google Charts* is implemented as JavaScript saved in the remote server (Google server), a permanent Internet connection is needed in order for it to function. The application is compatible with the latest versions of Mozilla Firefox, Google Chrome and Internet Explorer.

In calculating the equation of time, applied formulas are taken from the Explanatory Supplement to the *Astronomical Almanac* (2005). The accuracy of the calculated values of the equation of time (and so of the true solar time) is 4 seconds, and the accuracy of the rectascension, declination, azimuth and angular height of the Sun is $1'$.

The application is very simple to use, even for those encountering the equation of time and true solar time for the first time. There is a short description of the application on the home page that explains what the equation of time is, and provides information about the programme languages and tools applied in the creation of the application, the accuracies of the values calculated, and compatibility with modern web browsers.

The application asks users to enter (or download) the

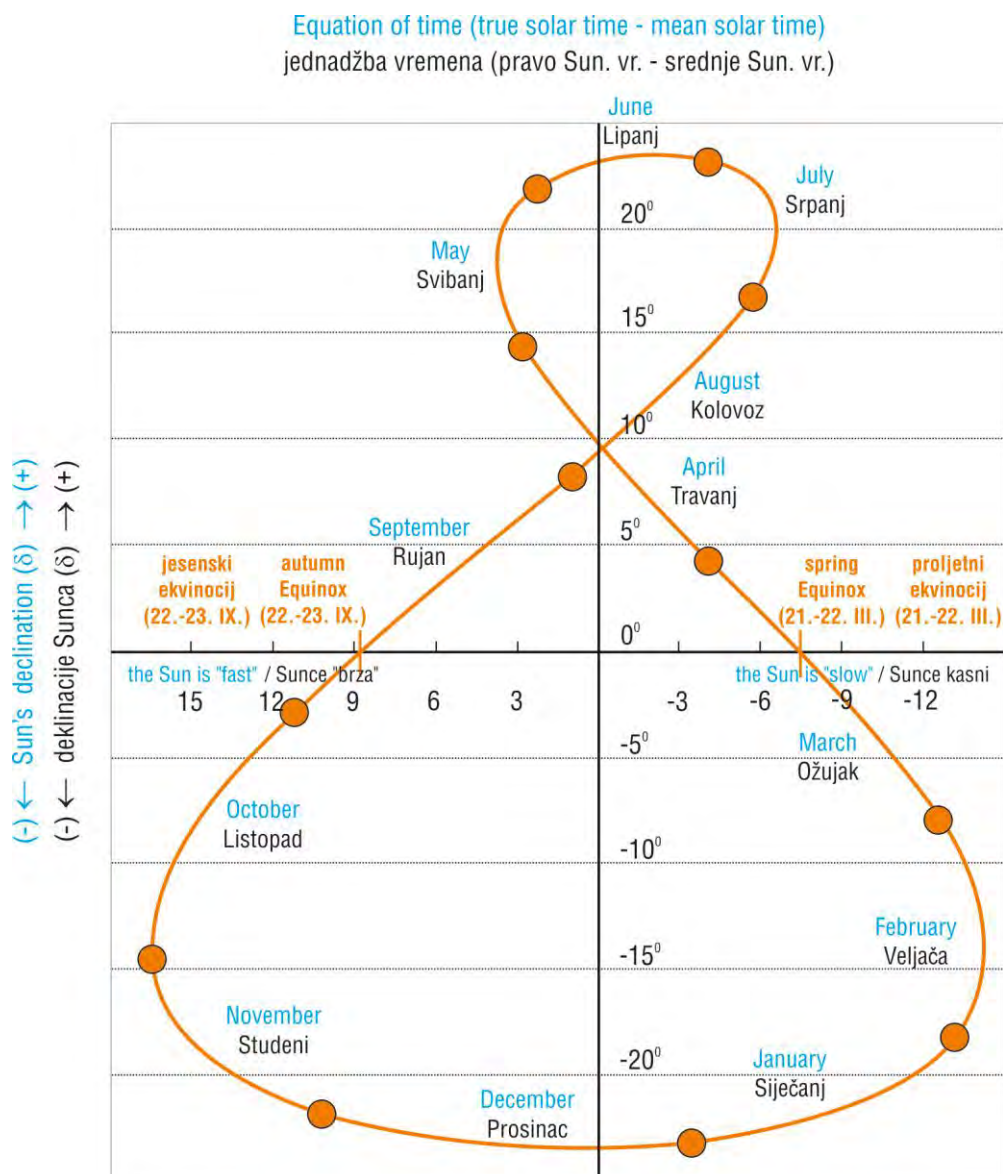


Fig. 5 An analemma
Slika 5. Analema

na udaljenom poslužitelju (Google server), za njezino je funkcioniranje potrebna stalna internetska veza. Aplikacija je kompatibilna s najnovijim verzijama preglednika Mozilla Firefox, Google Chrome i Internet Explorer.

Za izračun jednadžbe vremena primijenjene su formule preuzete iz *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* (2005). Točnost je izračunanih vrijednosti jednadžbe vremena (prema tome i pravog Sunčeva vremena) 4 sekunde, a za rektascenziju, deklinaciju, azimut te kutnu visinu Sunca $1'$.

Aplikacija je vrlo jednostavna za upotrebu i onima koji se prvi puta susreću s pojmom jednadžbe vremena i pravog Sunčeva vremena. Na naslovnici web stranice nalazi se kratak opis aplikacije koji objašnjava pojam jednadžbe vremena, informira korisnika o programskim jezicima i alatima koji su primijenjeni pri izradi

aplikacije i točnosti izračunanih veličina te kompatibilnosti aplikacije sa suvremenim web preglednicima.

Aplikacija od korisnika zahtijeva unos (ili preuzimanje) sljedećih veličina: datuma, vremena, vremenskog pojasa (zone), geografske širine i dužine stajališta te podatak o tome primjenjuje li se ljetno računanje vremena za odabrani datum. Važno je napomenuti da aplikacija prilikom učitavanja u web-preglednik postavlja datum i vrijeme na trenutačne vrijednosti iz računala ili mobitela, vodi računa o tome je li za trenutačni datum i vrijeme ljetno računanje vremena, automatski određuje vremensku zonu (pojas) korisnika te geografsku dužinu stajališta postavlja na dužinu središnjeg meridijana pojedine vremenske zone. Osim ručnog unosa geografske širine i dužine stajališta, korisniku je dana mogućnost unosa istih s pomoću ugrađene karte dostupne klikom

The screenshot shows a web form for calculating the equation of time and analemma. The form includes the following fields and controls:

- Datum:** 17, studeni, 2015
- Vrijeme:** 15:00, na našem satu
- Vremenski pojas (zona):** UTC + 1:00, Ljetno računanje vremena: Ne
- Geografska širina stajališta:** 45° 0' 0" N
- Geografska dužina stajališta:** 15° 0' 0" E
- Buttons:** Izračunaj!, Godišnji podaci, Graf, Analema, Osvježi podatke, Preuzmi podatke, Upute, Karta

Fig. 6 Part of the home page of the application for visualising the equation of time and analemma

Slika 6. Dio naslovne stranice aplikacije za vizualizaciju jednadžbe vremena i analeme

following values: date, time, zone, latitude and longitude of the station, and if Daylight Saving Time is to be applied to the selected date. It should be noted that the application sets the date and time to current values in the computer or mobile phone when loaded into the web browser, takes into account of whether the current date is set according to Daylight Saving Time, determines automatically the user's time zone, and sets the longitude of the station to the longitude of the central meridian of the specific time zone. Apart from entering the latitude and longitude of the station manually, the user can also enter these data by means of the implemented map available by clicking on the key Map. Clicking on the desired location on the map provides automatic downloading of the latitude, longitude and time zone at the selected location. Smartphone users can also geolocate, i.e. calculate the equation of time, azimuth declination, rectascension and angular height of the Sun for the current location, and show them on a map. Geolocating is available to all users who can enter the coordinates of a station by means of a map, i.e. by clicking the key *Karta (Map)*. If the user is only interested in the value of the equation of time for a certain date, it is not necessary to enter the exact latitude and longitude of the station. The exact latitude and longitude are necessary to calculate the azimuth and angular height of the Sun, while the longitude correction requires only the accurate value of the station longitude. The amount of the longitude correction depends only on location, i.e.

whether the user is east or west of the central zone meridian, and is necessary for the determination of the true solar time (the time shown by a sundial) for the station meridian.

When entering the time, the user can choose time shown by clocks (zone, civil) or sundials. However, the appearance of the application and its operation are changed, i.e. the availability of the implemented functions is changed. When entering the latitude and longitude of the station, the user can choose between input in degrees, minutes and seconds, or hours, minutes and seconds. Longitude is assigned by selecting E or W, where E (east) represents a positive, and W (west) a negative value. By moving the mouse over the *Info* icon next to some input parameters, the user can obtain additional information about time systems, Daylight Saving Time and the longitude of the station.

The application validates the entered data by warning the user if they exceed the defined interval, for example, hours beyond the interval 0 to 24 or seconds beyond the interval 0 to 60. The application takes leap years into account and warns the user if a non-existent date has been entered (e.g. 30 February).

Referring to the presentation of the calculated values, users can choose between daily and annual numeric data, and whether they want the graph of the equation of time and analemma to be shown. The daily data include: entered data, Julian calendar date, entered zone time, calculated coordinated Universal Time

The screenshot shows a web form for calculating sunrise and sunset times. The form includes the following fields and controls:

- Datum:** 17, studeni, 2015
- Vremenski pojas (zona):** UTC + 1:00
- Ljetno vrijeme:** Ne
- Geografska širina stajališta:** 0 0 0 N (° ' ")
- Geografska dužina stajališta:** 15 0 0 E (° ' ")
- Nadmorska visina stajališta:** 0 m
- Sumrak:** Sunce na obzoru

Buttons at the bottom include: Izračunaj!, Godišnji podaci, Osvježi podatke, Preuzmi podatke, and Upute. A yellow button labeled 'Karta' is positioned to the right of the latitude field.

Fig. 7 Part of the application home page relating to the calculation of sunrise, sunset and the corresponding azimuths

Slika 7. Dio naslovne stranice aplikacije za računanje vremena izlaska i zalaska Sunca i pripadajućih azimuta

na gumb *Karta*. Klikom na željenu lokaciju na karti automatski se preuzimaju geografska širina i dužina te vremenska zona odabrane lokacije. Korisnicima pametnih telefona dana je i mogućnost geolociranja, odnosno računanja jednadžbe vremena, azimuta, deklinacije, rektascenzije i kutne visine Sunca za trenutačnu lokaciju te prikaza iste na karti. Mogućnosti geolociranja mogu pristupiti svi korisnici koji su omogućili unos koordinata stajališta s pomoću karte, odnosno kliknuli na gumb *Karta*. Ukoliko krajnjeg korisnika zanima isključivo iznos jednadžbe vremena na određeni datum, nije nužno unijeti točnu geografsku širinu i dužinu stajališta. Točna geografska širina i dužina potrebne su pri izračunu azimuta i kutne visine Sunca, dok korekcija za duljinu stajališta zahtijeva samo točnu vrijednost geografske dužine stajališta. Iznos korekcije za dužinu stajališta ovisi o tome nalazimo li se istočno ili zapadno od središnjeg pojasnog meridijana te je nužan za određivanje pravog Sunčeva vremena (vremena na sunčanoj uri) za stajališni meridijan.

Pri unosu vremena korisnik može birati je li uneseno vrijeme ono koje pokazuju naši satovi (zonsko, građansko) ili vrijeme koje pokazuju sunčane ure. Samim time mijenja se izgled aplikacije i način rada, odnosno mijenja se dostupnost implementiranih funkcionalnosti. Kod unosa geografske dužine stajališta moguće je birati između unosa u stupnjevima, minutama i sekundama, odnosno satima, minutama i sekundama. Predznak geografskoj dužini stajališta pridružuje se izborom E ili W, gdje E (engl. east) predstavlja pozitivnu, a W (engl. west)

negativnu vrijednost. Prelazeći mišem preko *Info* ikone uz pojedine ulazne parametre, korisnik može dobiti dodatne informacije o vremenskim sustavima, ljetnom računanju vremena i geografskoj dužini stajališta.

Aplikacija kontrolira unesene podatke na način da upozori korisnika ako su uneseni podatci izvan dopuštenog intervala, primjerice sati izvan intervala od 0 do 24 h ili minute i sekunde izvan intervala od 0 do 60. Aplikacija uzima u obzir prijestupnu godinu te upozorava korisnika ako je unesen nepostojeći datum (npr. 30. 2.).

Što se tiče prikaza izračunanih veličina, krajnji je korisnik u mogućnosti birati između dnevnih i godišnjih numeričkih podataka te želi li prikaz grafa jednadžbe vremena i analeme. Dnevni podatci obuhvaćaju: uneseni datum, julijanski datum, uneseno pojasno (zonsko) vrijeme, izračunano svjetsko usklađeno vrijeme (UTC), iznos jednadžbe vremena, efemeridni prolaz, korekciju za dužinu stajališta, pravo Sunčevo vrijeme (vrijeme na sunčanoj uri), deklinaciju, rektascenziju, azimut te kutnu visinu Sunca. Prikaz je godišnjih podataka nešto manje opsežan, a uključuje uneseni datum, julijanski datum, iznos jednadžbe vremena, pravo Sunčevo vrijeme, deklinaciju, rektascenziju, azimut i kutnu visinu Sunca za svaki dan u odabranoj godini. Na grafičkim prikazima jednadžbe vremena i analeme korisnik prelaskom miša preko krivulje dobiva podatke o vrijednostima na x i y-osi (datum i iznos jednadžbe vremena). Podatci za trenutačni datum na grafu jednadžbe vremena, odnosno položaj Sunca na analemi za željeni datum i vrijeme, posebno su označeni. Korisniku je dana mogućnost da,

(UTC), the equation of time, ephemeris transit, longitude correction, true solar time (time shown by a sundial), declination, rectascension, azimuth and angular height of the Sun. The presentation of annual data is less extensive and includes the entered date, Julian calendar date, the equation of time, true solar time, declination, rectascension, azimuth and angular height of the Sun for each day in the selected year. By moving the mouse over the graphic presentation of the equation of time and analemma over the curve, the user obtains data on values on the x and y axes (date and equation of time). The data for the current date on the graph of the equation of time, i.e. the position of the Sun on the analemma for the desired date and time, are specifically marked. Users can simply change the input parameters, e.g. date and time, by clicking *Osvježi podatke (Refresh data)* and updating the data in all open presentations, after defining the data and presentations they are interested in, for example daily numeric data, or the graph of the analemma. Users can also download the calculated annual data for the selected year in .csv format in order to edit or process them in another spreadsheet programme, such as Microsoft Office Excel.

4.2 Web Application for Calculating Sunrise, Sunset and the Corresponding Azimuths

This application has been developed from the application described in the previous chapter. The algorithm available at (URL10) was used in the development of the application. It should be pointed out that this algorithm has been modified so that some constants have been replaced with more accurate values, and others with the formulas available in Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac (2005), which improves calculation accuracy. The application can be accessed at http://astrogeo.geoinfo.geof.hr/online_efe_meride/sunrise_sunset/ (Fig. 7).

The application requires the input (or downloading) of the following values: date, time zone, latitude and longitude of the station, altitude of the station, defined type of twilight, and whether Daylight Saving Time is applied to the selected date. The validation of entered values and input by means of a map are analogous to the previously described application.

Like the application for calculating and visualising the equation of time, this application allows the user to choose between daily and annual numeric data. Daily and annual data include: sunrise and sunset time with the corresponding azimuths (the directions of sunrise and sunset), true solar noon and the length of a day. Annual data can be downloaded in .csv format.

5 Testing the Web Application

The application for calculating the equation of time has been tested so that the calculated data for the equation of time and the Sun's declination for December 2014 are compared with data from the Bolid astronomical almanac (Zagreb Observatory) and are processed statistically by Microsoft Office Excel 2007. It is important to note that data on the Sun's declination are given in the astronomical almanac in degrees, minutes, seconds and parts of seconds, while the web application gives the data on declination closing in parts of minutes. Hence, the data from the almanac have been rounded to minutes and parts of minutes for easier comparison. The results show that the values for the equation of time deviate on average by 1 second, i.e. the values of the Sun's declination by 0.2' (12''), which is more than satisfactory. The deviations of the Sun's declination are greater, which is normally acceptable, since the formula is less accurate. It is also important that the maximum deviations of both values are within the accuracy of the applied formulas. The detailed statistical data of the comparison are presented in Table 1.

Table 1 Statistical data obtained by testing the application for calculating and visualising the equation of time

	Equation of time (s)	Sun's declination (')
Minimum value	0.30	0.1
Maximum value	1.60	0.2
Arithmetic mean	0.96	0.17
Standard deviation	0.46	0.05

The application for calculating sunrise and sunset times has been tested so that the calculated values of sunrise and sunset time for October 2015 have been compared with the values taken from The Astronomical Almanac for the Year 2015. The comparison has been made so that sunrise and sunset times are calculated at the initial (Greenwich) meridian at 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 46°, 50°, 56°, 60° and 66° of northern latitude. It should be pointed out that data for the selected month are given in the almanac for every fourth day, starting with 1 October. The results of the comparison show that there is a discrepancy in the time of sunrise of 1 minute (1 October 2015 at the equator), but in all other cases, the obtained times of sunrise and sunset coincide completely with those given in the almanac. Some of the results of comparison are presented in Tables 2 and 3.

Table 2 Sunrise and sunset times taken from the astronomical almanac**Tablica 2.** Vremena izlaska i zalaska Sunca preuzeta iz astronomskog godišnjaka

Datum Date	0°		40°		46°		50°		66°	
	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset
1.10.2015.	5:46	17:53	5:56	17:43	5:58	17:41	5:59	17:39	6:09	17:29
5.10.2015.	5:45	17:52	6:00	17:37	6:03	17:33	6:05	17:31	6:22	17:13
9.10.2015.	5:44	17:51	6:04	17:30	6:08	17:26	6:12	17:22	6:35	16:58
13.10.2015.	5:43	17:50	6:08	17:24	6:14	17:18	6:18	17:14	6:48	16:43
17.10.2015.	5:42	17:49	6:12	17:18	6:19	17:11	6:24	17:06	7:02	16:28
21.10.2015.	5:41	17:48	6:16	17:12	6:24	17:04	6:31	16:58	7:15	16:13
25.10.2015.	5:41	17:47	6:21	17:07	6:30	16:58	6:37	16:50	7:29	15:58
29.10.2015.	5:40	17:47	6:25	17:02	6:36	16:51	6:44	16:43	7:43	15:43

Table 3 Sunrise and sunset times calculated using the developed web application**Tablica 3.** Vremena izlaska i zalaska Sunca izračunata pomoću razvijene web aplikacije

Datum Date	0°		40°		46°		50°		66°	
	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset	izlazak Sunrise	zalazak Sunset
1.10.2015.	5:47	17:53	5:56	17:43	5:58	17:41	5:59	17:39	6:09	17:29
5.10.2015.	5:45	17:52	6:00	17:37	6:03	17:33	6:05	17:31	6:22	17:13
9.10.2015.	5:44	17:51	6:04	17:30	6:08	17:26	6:12	17:22	6:35	16:58
13.10.2015.	5:43	17:50	6:08	17:24	6:14	17:18	6:18	17:14	6:48	16:43
17.10.2015.	5:42	17:49	6:12	17:18	6:19	17:11	6:24	17:06	7:02	16:28
21.10.2015.	5:41	17:48	6:16	17:12	6:24	17:04	6:31	16:58	7:15	16:13
25.10.2015.	5:41	17:47	6:21	17:07	6:30	16:58	6:37	16:50	7:29	15:58
29.10.2015.	5:40	17:47	6:25	17:02	6:36	16:51	6:44	16:43	7:43	15:43

kada jednom definira koji ga podatci i prikazi zanimaju, primjerice dnevni podatci i analema, može jednostavno promijeniti ulazne parametre, npr. datum i vrijeme te klikom na gumb *Osvježi podatke* ažurirati podatke u svim otvorenim prikazima. Korisnik ima i mogućnost preuzeti izračunane godišnje podatke za odabranu godinu u formatu .csv kako bi ih mogao dodatno urediti/obraditi u nekom od programa za tablično računanje, poput Microsoft Office Excela.

4.2. Web aplikacija za izračun vremena izlaska i zalaska Sunca i pripadajućih azimuta

Navedena je aplikacija izrađena po uzoru na aplikaciju opisanu u prethodnom potpoglavlju. Pri izradi aplikacije korišten je algoritam dostupan na adresi http://williams.best.vwh.net/sunrise_sunset_algorithm.htm (URL10). Valja napomenuti da je navedeni algoritam modificiran na način

da su određene konstante zamijenjene točnijim vrijednostima, a dio njih i formulama za izračun dostupnima u *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* (2005), što poboljšava točnost izračuna. Aplikacija je dostupna na adresi http://astrogeo.geoinfo.geof.hr/online_efemeride/sunrise_sunset/ (slika 7).

Aplikacija zahtijeva unos (ili preuzimanje) sljedećih veličina: datuma, vremenskog pojasa (zone), geografske širine i dužine stajališta, nadmorske visine stajališta, definiranje vrste sumraka te podatak o tome primjenjuje li se ljetno računanje vremena za odabrani datum. Kontrola unesenih vrijednosti te unos s pomoću karte analogni su prethodno opisanoj aplikaciji.

Kao i aplikacija za izračun i vizualizaciju jednadžbe vremena, ova aplikacija krajnjem korisniku daje mogućnost biranja između dnevnih i godišnjih numeričkih podataka. Dnevni i godišnji podatci obuhvaćaju: vrijeme izlaska i zalaska Sunca s pripadajućim azimutima

6 Conclusion

It is still important today to ascertain the equation of time, but the purpose for which it is used is no longer the same. In the age of the first mechanical clocks whose accuracy was less than half an hour, equations of time were used to set the exact time on these clocks. The clocks used today measure flow of time more uniform, and we can determine the time of transit of the true Sun over the local meridian (true noon). This information is important in order to determine the direction of the local astronomical meridian on the basis of the shadow cast by the perpendicular at true noon. The direction determined by means of the perpendicular is accurate enough for orienting simple astronomical instruments, for example, sundials and portable (amateur) telescopes.

The equation of time, as well as sunrise and sunset times and the corresponding azimuths, are needed to 'track' the Sun when measuring the Sun's global irradiance on a water surface for the purpose of predicting the Sun's production of electrical or thermal energy

(Jurković 2009), i.e. for directing devices for tracking the position of the Sun in the sky which have no sensors installed to determine the current position of the true Sun. Such devices, for example, mobile constructions for solar panels, are set up at fixed angles or actively follow the Sun, and require the angle of incidence of the Sun's rays to be as small as possible in order to produce more electrical energy, i.e. in order to reduce loss. Data on the equation of time, sunrise and sunset times, and corresponding azimuths are implemented in the mechanisms of such devices, in order to ensure that the reflecting surface is directed towards the Sun at the smallest possible angle of incidence at any moment (URL9).

These examples indicate it is still important to establish the described values today, which is why the developed web application will certainly be of interest to potential users. The automation and validation of input data implemented will facilitate and reduce data input.

The applications are also designed for mobile phones (smartphones) by applying the *Bootstrap* framework.

References / Literatura

- Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac. 2005. Ur. P. K. Seidelmann. University Science Books. Sausalito, California.
- Jurković, M. 2009. Proračun solarnog zračenja u funkciji vremena i nagiba. Završni rad br. 912. Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu. Zagreb. (http://www.ieee.hr/_download/repository/ZR09MJurkovic.pdf)
- Karney, K. 2009. The Equation of Time - Early Days. <http://www.precisedirections.co.uk/Sundials/The%20Equation%20of%20Time%20-%20Early%20Days.pdf>
- Roša, D. 2011. Elementarna astronomija, Osnove sferne astronomije i nebeske mehanike I. Zvezdarnica Zagreb – Zagrebački astronomski savez. Zagreb.
- Roša, D.; Špoljarić, D. 2001. Astronomski rječnik opće i položajne astronomije. Zvezdarnica Zagreb. Bolid 86 (1/2001). Zagreb.
- Špoljarić, D. 2013. Predavanja iz kolegija Osnove geodetske astronomije (e-učenje).
- The Astronomical Almanac for the Year 2015. 2014. U.S. Government Printing Office.

URL1: Wikipedia - Time zone, http://en.wikipedia.org/wiki/Time_zone (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL2: Time Zone Abbreviations – Worldwide List, <http://www.timeanddate.com/time/zones/> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL3: Sundial Time Correction - Equation of Time, <http://mb-soft.com/public3/equatime.html> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL4: Astronomical Time Calculations, <http://www.bogan.ca/astro/time/jsjdetst.html> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL5: JavaScript Sun Table Calculator, <http://www.jgiesen.de/astro/astroJS/sunriseJS/> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL6: Equation of Time Calculations, <http://www.minasi.com/doesot.htm> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL7: Solar Position Calculator, <http://www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/azel.html> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL8: Solar culmination and equation of time Calculator, <http://keisan.casio.com/exec/system/1271898403> (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL9: Equation of time, http://en.wikipedia.org/wiki/Equation_of_time (pristupljeno 25. siječnja 2015.).

URL10: Sunrise/Sunset Algorithm, http://williams.best.vwh.net/sunrise_sunset_algorithm.htm (pristupljeno 15. rujna 2015.).

URL11: Sunrise, <https://en.wikipedia.org/wiki/Sunrise> (pristupljeno 15. rujna 2015.).

URL12: Sunset, <https://en.wikipedia.org/wiki/Sunset> (pristupljeno 15. rujna 2015.).

URL13: Twilight, <https://en.wikipedia.org/wiki/Twilight> (pristupljeno 15. rujna 2015.).

(smjerovima izlazaka i zalazaka Sunca), pravo Sunčevo podne i dužinu dana. Godišnje je podatke moguće preuzeti u formatu .csv.

5. Testiranje web aplikacija

Testiranje aplikacije za izračun jednadžbe vremena izvršeno je na način da su izračunani podatci jednadžbe vremena i deklinacije Sunca za mjesec prosinac 2014. godine uspoređeni s podatcima iz astronomskog godišnjaka Bolid (Zvezdarnica Zagreb) i statistički obrađeni s pomoću programa Microsoft Office Excel 2007. Važno je napomenuti da su podatci za deklinaciju Sunca u astronomskom godišnjaku dani u stupnjevima, minutama, sekundama i dijelovima sekundi, dok web aplikacija daje podatke o deklinaciji zaključno s dijelovima minuta. Zbog toga su, radi lakše usporedbe, podatci iz godišnjaka zaokruženi na minute i dijelove minuta. Rezultati pokazuju da, u prosjeku, vrijednosti za jednadžbu vremena odstupaju 1 s, odnosno vrijednosti deklinacije Sunca 0,2' (12"), što je i više nego zadovoljavajuće. Odstupanja deklinacije Sunca su nešto veća, što je i očekivano, s obzirom na to da je točnost formule za izračun nešto manja. Važno je napomenuti i da se maksimalna odstupanja obiju veličina nalaze unutar točnosti primijenjenih formula. Detaljniji statistički podatci usporedbe prikazani su u tablici 1.

Tablica 1. Statistički podatci testiranja aplikacije za izračun i vizualizaciju jednadžbe vremena

	jednadžba vremena (s)	deklinacija Sunca (')
minimalna vrijednost	0,30	0,1
maksimalna vrijednost	1,60	0,2
aritmetička sredina	0,96	0,17
standardno odstupanje	0,46	0,05

Testiranje aplikacije za izračun vremena izlaska i zalaska Sunca izvršeno je na način da su izračunane vrijednosti vremena izlaska i zalaska Sunca za mjesec listopad 2015. godine uspoređene s vrijednostima preuzetima iz astronomskog godišnjaka *The Astronomical Almanac for the Year 2015*. Usporedba je napravljena na način da su izračunana vremena izlaska i zalaska Sunca na početnom (griničkom) meridijanu na 0°, te na 10°, 20°, 30°, 40°, 46°, 50°, 56°, 60° i 66° sjeverne geografske širine. Valja napomenuti da su u godišnjaku podatci za odabrani mjesec navedeni za svaki četvrti dan, počevši od 1. listopada. Rezultati usporedbe pokazuju da je u

samo jednom slučaju došlo do odstupanja u vrijednosti vremena izlaska Sunca za 1 min (1. 10. 2015. na ekvatoru), dok se u svim ostalim slučajevima dobivene vrijednosti vremena izlaska i zalaska Sunca u potpunosti podudaraju s onima navedenima u godišnjaku. Dio rezultata usporedbe prikazan je u tablicama 2 i 3.

6. Zaključak

Poznavanje iznosa jednadžbe vremena važno je i danas, samo svrha za koju se rabi više nije ista. U doba prvih mehaničkih ura, čija je točnost bila manja od pola sata, iznosi jednadžbe vremena služili su za namještanje točnog vremena na tim urama. Satovi koje danas koristimo precizno mjere ujednačeni tijek vremena te smo, na osnovu vremena koje pokazuju i iznosa jednadžbe vremena u srednje (pojasno) podne, u mogućnosti odrediti vrijeme prolaska pravog Sunca stajališnim meridijanom (pravo podne). Ovaj je podatak važan kako bi se, na osnovu sjene koju baca visak u pravo podne, mogao odrediti smjer stajališnog astronomskog meridijana. Smjer određen s pomoću viska dovoljno je točan za orijentaciju jednostavnijih astronomskih instrumenta, primjerice sunčanih ura i prijenosnih (amaterskih) teleskopa.

Iznosi jednadžbe vremena, kao i vremena izlaska i zalaska Sunca te pripadajući azimuti, potrebni su i za „praćenje“ Sunca pri mjerenju Sunčeve globalne ozračenosti na vodoravnu površinu, za predviđanje proizvodnje električne ili toplinske energije Sunca (Jurković 2009), ali i za usmjeravanje uređaja za praćenje Sunca na nebeskom svodu, pod uvjetom da uređaji nemaju ugrađene senzore kojima bi mogli odrediti, odnosno pratiti trenutačni položaj pravoga Sunca. Takvi su uređaji pokretne konstrukcije za solarne panele koji se postavljaju pod određenim fiksnim kutom ili aktivno prate Sunce, a kod kojih je važno da upadni kut Sunčevih zraka bude što manji kako bi mogli proizvesti što više električne energije, tj. kako bi se što više smanjili gubitci. U mehanizme takvih uređaja implementiraju se podatci o iznosima jednadžbe vremena, vremenima izlaska i zalazaka Sunca i pripadajućih azimuta kako bi se osiguralo da reflektirajuća ploha bude u svakome trenutku usmjerena prema Suncu pod najmanjim mogućim upadnim kutom (URL9).

Prethodni primjeri ukazuju na važnost poznavanja iznosa spomenutih veličina i danas, zbog čega će izrađena web aplikacija zasigurno biti zanimljiva potencijalnim korisnicima, a implementirane će automatizacije i kontrole krajnjem korisniku olakšati i skratiti unošenje podataka.

Aplikacije su dizajnirane i za mobilne telefone (smartphones) primjenom skripte *Bootstrap*.