

New Official Map Projection of Croatia - HTRS96/TM

Miljenko LAPAINE, Dražen TUTIĆ

University of Zagreb, Faculty of Geodesy, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, Croatia

mlapaine@geof.hr, dtutic@geof.hr

34

Abstract: *Activities on creation of proposal for new map projections in Croatia are described in the first part of this paper. New official reference coordinate system for map projection HTRS96/TM is presented, which will be used in Croatia for the needs of cadastre and topographic cartography for scales larger than 1:500 000. A program of implementing official geodetic datums and map projections is also mentioned and, in connection with that program, work on the project New Map Projection of the Republic of Croatia – HTRS96/TM – Instructions for Practical Use. Two basic tasks are described in details: conversion of geodetic coordinates φ and λ into rectangular coordinates E , N in projection plane and vice versa.*

Key words: *official map projection, HTRS96/TM, GRS80, Croatia*

1 Introduction

One of the fundamental issues of the official cartography is the *selection of state projection*, i.e. *selection of coordinate system of state*. This kind of selection was current at the beginning of 20th century, then with creation of the Independent State of Croatia, and it is the same on the transition from 20th to 21st century. In other words, issues of implementation of new map projection are always discussed after political and territorial changes.

Issue of projection selection and coordinate systems was started in the year 1921. The director of cadastre at that time entrusted a well-known geodetic scientist, pro-

fessor at the Faculty of Techniques in Zagreb, Antal Fasching with that problem to. It can be clearly seen from literature how complex that job was (Federal Geodetic Administration, 1953).

As soon as a discussion of geodetic projections starts, famous Jordan's saying unwillingly comes to mind of all experts: "*Not one institution goes back that deep in the core of complete measurement and cartography of one country, as the selection of projection and coordinate system. If a mistake is made here, it takes revenge on many generations.*" According to Abakumov (1946), we felt those prophetic words to the fullest extent on our own skin in Croatia. We inherited several coordinate systems from former Austrian–Hungarian Monarchy. Every expert working in the field of geodesy knows well what worries and troubles coordinates of fundamental points in our area cause even today. Even greater troubles and difficulties are caused by numerous detail points and cadastral plans in different coordinate systems and their integration. On the issue of selection, the most convenient projection for the Independent State of Croatia was written by Abakumov in 1942 and he considered two variants of the Gauss–Krüger projection, their advantages and disadvantages.

The Gauss–Krüger projection has very widespread application in geodetic practice (Frančula 1974). That projection was adopted as the official state projection in many European countries. It is known that it was selected as early as 1924 for the area of former Yugoslavia and rectangular coordinates of state triangulation points have been calculated and represented in that projection till this very day. Considering new circumstances, especially regarding the shape of the Republic of Croatia and its layout, knowledge of its best projection is essential.

O novoj službenoj kartografskoj projekciji Hrvatske - HTRS96/TM

Miljenko LAPAINE, Dražen TUTIĆ

Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb

e-pošta: mlapaine@geof.hr, dtutic@geof.hr

35

Sažetak: Na početku rada opisane su aktivnosti na izradi prijedloga novih službenih kartografskih projekcija u Hrvatskoj. Prikazan je novi službeni referentni koordinatni sustav kartografske projekcije HTRS96/TM, koji će se upotrebljavati u Hrvatskoj za potrebe katastra i topografske kartografije za mjerila krupnija od 1:500 000. Spomenut je Program uvođenja službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija te je u skladu s tim programom ukratko opisan rad na projektu Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – Upute za praktičnu primjenu. Detaljno su opisana dva osnovna zadatka: konverzija geodetskih koordinata φ i λ u pravokutne koordinate E , N u ravnini projekcije i obratno.

Ključne riječi: službena kartografska projekcija, HTRS96/TM, GRS80, Hrvatska

1. Uvod

Jedno je od osnovnih pitanja službene kartografije izbor državne projekcije, odnosno izbor državnog koordinatnog sustava. Takav je izbor bio aktualan početkom 20. stoljeća, zatim stvaranjem Nezavisne Države Hrvatske, a takav je i na prijelazu iz 20. u 21. stoljeće. Drugim riječima, nakon političko-teritorijalnih promjena raspravlja se obično i o problematici uvođenja nove kartografske projekcije.

Pitanje izbora projekcije i koordinatnih sustava bilo je pokrenuto 1921. godine. Tadašnji je direktor katastra povjerio razradu toga problema poznatom geodetskom

znanstveniku, profesoru na Tehničkom fakultetu u Zagrebu, Antalu Faschingu. Koliko je to bio složen posao, vrlo dobro se može vidjeti iz literature (Savezna geodetska uprava, 1953).

Čim se povede govor o kartografskim projekcijama, nehotice dolazi u sjećanje svim stručnjacima poznata Jordanova izreka: "Ni jedna ustanova ne zadire tako duboko u suštinu cjelokupne izmjere i kartiranja jedne zemlje, kao izbor projekcije i koordinatnog sustava. Ako se ovdje načini pogreška ta se sveti na mnogim generacijama". Prema Abakumovu (1946), u Hrvatskoj smo te proročanske riječi osjetili u punoj mjeri baš na svojoj koži. Od bivše Austro-Ugarske Monarhije naslijedili smo nekoliko koordinatnih sustava. Svaki stručnjak koji radi na polju geodezije dobro zna kakve brige i teškoće i danas zadaju koordinate osnovnih točaka na našem području. Još veće brige i poteškoće izazivaju mnogobrojne detaljne točke, odnosno katastarski planovi u različitim koordinatnim sustavima te njihovo povezivanje u cjelinu. O pitanju izbora najprikladnije projekcije za Nezavisnu Državu Hrvatsku pisao je Abakumov 1942. i razmatrao dvije varijante Gauss-Krügerove projekcije, njihove prednosti i nedostatke.

Gauss-Krügerova projekcija ima vrlo široku primjenu u geodetskoj praksi (Frančula, 1974). U mnogim je europskim državama ta projekcija prihvaćena kao službena državna projekcija. Poznato je da je ona izabrana još 1924. godine za područje bivše Jugoslavije i da su se do danas pravokutne koordinate točaka državne triangulacije računale i prikazivale u toj projekciji. S obzirom na nove okolnosti, a posebno u pogledu oblika Republike Hrvatske i njezina protezanja, potrebno je poznavanje njezine najpovoljnije projekcije.

2 Activities on the creation of the proposal for new map projections

A project *Selection of State Map Projection* was suggested to the State Geodetic Administration on several occasions (years 1994, 1995, 1997, and 1998). At the beginning of January 2000, the contract on *Geodetic and Map Datums of the Republic of Croatia* project, between the State Geodetic Administration and the Faculty of Geodesy, University of Zagreb, was signed. One of three sub-projects, which was regulated by special amendment to the contract, was the *Proposal for Official Map Projections of the Republic of Croatia* (Lapaine, 2000), and in order for this proposal to be accepted, it was necessary to:

- ❑ Analyse existing map projections in the Republic of Croatia and the relation of these projections to new technologies in geodesy.
- ❑ Respect suggestions and experiences of international bodies and societies for the proposal of official map projections.
- ❑ Fully adjust the proposal of official map projections to national interests and needs for defining geodetic spatial system of the Republic of Croatia.
- ❑ Uniformly define map projections in relation to the existing map projections in Croatia, and global projection systems as well.
- ❑ Suggest the way and dynamics of implementation of official map projections.
- ❑ Analyse suggested mode and dynamics of implementation considering total expenses of the establishment of official map projections in the Republic of Croatia.

A public presentation of that project, together with other two that addressed the issue of location and vertical datum, was held on April 17, 2000. Previously, the State Geodetic Administration appointed the *Umbrella Committee for Datums and Projections* that also discussed all three proposals.

In order for proposals for datums and map projections to be better evaluated, and to ensure the transfer of other countries' experiences on this issue as well, the State Geodetic Administration engaged three famous consultants during the year 2000. They were Elmar Brockmann, Ph.D. (Federal Office of Topography, Wabern, Switzerland), Bjorn Geirr Harsson (Statens Kartverk, Honefoss, Norway), and Johannsen Ihde, Ph.D. (Bundesamt für Geodäsie und Kartographie, Frankfurt am Mein, Germany). During their stay in Croatia, three meetings of international consultants and domestic experts were held (November 2-3, 2000, January 15-19, 2001, and March 28-30, 2001). The result of this is the study *Geodetic Reference System of the Republic of Croatia – Consultants' Final Report on the Horizontal and Vertical Datum Definition, Map Projection and Basic Networks* from June 2001 (Brockmann et al., 2001).

Besides, through active participation of Croatian experts on EUREF symposiums, activities regarding new datum and map projection in Croatia were additionally expanded. Thus, at the symposium in Tromsø, Norway, transformation parameters between local (HR1901) and global (ETRS89) datum in Croatia were presented for the first time (Bašić, Bačić 2000). At the EUREF 2001 symposium in Dubrovnik results of Marjanović and Bačić (2002) were accepted as official EUREF coordinates for the Republic of Croatia. Furthermore, the relation between the old Gauß-Krüger and the UTM projection for the area of Croatia was presented at this symposium (Lapaine, Tutić 2002).

After all these activities, it was logical to prepare necessary documentation for adoption of the official datums and map projections of the Republic of Croatia. For the map projections, it was prepared by M. Lapaine with associates (Lapaine, 2004). Basic characteristics of new projection for needs of official cadastre and topographic cartography, and also for scales larger than 1:500 000, in accordance with international standard ISO 19111 (ISO 2003) are presented in Table 1.

Table 1. Representation of the new reference coordinate system for map projection in Croatia for the needs of cadastre and topographic cartography for scales larger than 1:500 000

| Description of the new official Croatian reference coordinate system for map projection HTRS96/TM | |
|---|--|
| Country | The Republic of Croatia |
| Country identifier | HR |
| Code of Coordinate Reference System (CRS) type | 1 |
| CRS identifier | HR_ETRS89/TM |
| CRS alias | HTRS96/TM |
| CRS valid area | The Republic of Croatia |
| CRS scope | Cadastral and topographical surveying and cartography for scales larger than 1:500 000 |

2. Aktivnosti na izradi prijedloga novih kartografskih projekcija

Državnoj geodetskoj upravi više je puta predlagan znanstveno-stručni projekt *Izbor državne kartografske projekcije* (1994., 1995., 1997. i 1998. godine). Početkom siječnja 2000. potpisan je ugovor između Državne geodetske uprave i Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu o izradi projekta *Geodetski i kartografski datumi Republike Hrvatske*. Jedan od tri potprojekta, koji je bio reguliran posebnim dodatkom ugovora, nosio je naziv *Prijedlog službenih kartografskih projekcija Republike Hrvatske* (Lapaine, 2000), a u svrhu donošenja toga prijedloga trebalo je:

- analizirati postojeće kartografske projekcije u Republici Hrvatskoj te odnos tih projekcija prema novim tehnologijama u geodeziji,
- uvažavati preporuke i iskustva međunarodnih tijela i udruženja za prijedlog službenih kartografskih projekcija,
- prijedlog službenih kartografskih projekcija maksimalno prilagoditi nacionalnim interesima i potrebama za definiranje geodetskog prostornog sustava Republike Hrvatske,
- jednoznačno definirati kartografske projekcije s obzirom na postojeće kartografske projekcije u Republici Hrvatskoj, ali i globalne svjetske projekcijske sustave,
- predložiti način i dinamiku uvođenja službenih kartografskih projekcija,
- analizirati predloženi način i dinamiku uvođenja glede ukupnih troškova uspostave službenih kartografskih projekcija u Republici Hrvatskoj.

Javna prezentacija toga projekta, zajedno s druga dva koja su se bavila pitanjem položajnog i vertikalnog datuma, održana je 17. travnja 2000. Prethodno je Državna geodetska uprava imenovala *Krovno povjerenstvo za datume i projekcije*, koje je također razmatralo sva tri prijedloga.

Kako bi još bolje ocijenila prijedloge datuma i kartografskih projekcija, ali i osigurala prijenos iskustava drugih zemalja po tom pitanju, Državna geodetska uprava angažirala je tijekom 2000. tri poznata savjetnika; to su bili dr. Elmar Brockmann (Federal Office of Topography, Wabern, Švicarska), Bjorn Geirr Harsson (Statens Kartverk, Honefoss, Norveška) i dr. Johannes Ihde (Bundesamt für Geodäsie und Kartographie, Frankfurt am Main, Njemačka). Za njihova boravka u Hrvatskoj održana su tri sastanka međunarodnih savjetnika i domaćih stručnjaka (2.-3. studenoga 2000., 15.-19. siječnja 2001., te 28.-30. ožujka 2001.). Rezultat tih aktivnosti je studija *Geodetski referentni sustav Republike Hrvatske – Konačno izvješće savjetnika o definiciji horizontalnog datuma, kartografskoj projekciji i temeljnim mrežama* (Geodetic Reference System of the Republic of Croatia – Consultants Final Report on Horizontal and Vertical Datum Definition, Map Projection and Basic Networks) iz lipnja 2001. godine (Brockmann i dr., 2001).

Osim toga, kroz aktivno sudjelovanje hrvatskih stručnjaka na simpozijima EUREF-a dodatno su proširene aktivnosti po pitanju novih datuma i kartografskih projekcija u Hrvatskoj. Tako su na simpoziju EUREF 2000 u Tromsou u Norveškoj, prvi put publicirani transformacijski parametri između lokalnog (HR1901) i globalnog (ETRS89) datuma u Hrvatskoj (Bašić, Bačić 2000). Na simpoziju EUREF 2001 u Dubrovniku prihvaćeni su rezultati rada Marjanovića i Bačića (2002) kao službene koordinate EUREF-a za Republiku Hrvatsku. Na tom je simpoziju također prikazan odnos između stare Gauss-Krügerove projekcije i projekcije UTM-a za područje Hrvatske (Lapaine, Tutić 2002).

Nakon svega toga bilo je logično da se pripremi dokumentacija potrebna za prihvaćanje službenih datuma i kartografskih projekcija Republike Hrvatske. Za kartografske projekcije to je pripremio M. Lapaine sa suradnicima (Lapaine, 2004). U tablici 1 prikazane su osnovne karakteristike nove projekcije za potrebe službene katastarske i topografske kartografije i mjerila krupnija od 1:500 000, sukladno međunarodnoj normi ISO 19111 (ISO 2003).

Tablica 1. Prikaz novoga referentnoga koordinatnog sustava kartografske projekcije u Hrvatskoj za potrebe katastra i topografske kartografije za mjerila krupnija od 1:500 000

| Opis novoga službenoga hrvatskoga referentnoga koordinatnog sustava kartografske projekcije HTRS96/TM | |
|---|---|
| Država | Republika Hrvatska |
| Oznaka države | HR |
| Šifra vrste koordinatnoga referentnog sustava | 1 |
| Oznaka referentnoga koordinatnog sustava | HR_ETRS89/TM |
| Alias referentnoga koordinatnog sustava | HTRS96/TM |
| Područje primjene referentnoga koordinatnog sustava | Republika Hrvatska |
| Primjena koordinatnoga referentnog sustava | katastarska i topografska izmjera i kartografija za mjerila krupnija od 1:500 000 |

| | |
|--|---|
| Datum identifier | ETRS89 |
| Datum alias | European terrestrial reference system in epoch 1989,0 |
| Datum type | Geodetic |
| Datum anchor point | Geo-centre |
| Datum realization epoch | 1989,0 |
| Datum valid area | Europe |
| Datum scope | European datum consistent with ITRS in epoch 1989,0 and fixed as stable part of Eurasian plate for the needs of geo-referencing, GIS and geodynamical tasks |
| Datum remarks | See: Boucher, C., Altamimi, Z. (1992) |
| Prime meridian identifier | Greenwich |
| Prime meridian greenwich longitude | 0 ⁰ |
| Prime meridian remarks | Geodetic (ellipsoidal) longitude positive towards east |
| Ellipsoid identifier | GRS80 (Geodetic Reference System 1980) |
| Ellipsoid alias | New international |
| Ellipsoid semi major axis | 6 378 137 m |
| Ellipsoid shape | True |
| Ellipsoid inverse flattening | 298,257222101 |
| Ellipsoid remarks | See: Moritz H. (1992) |
| Coordinate system identifier | HTRS96/TM |
| Coordinate system type | Coordinate system in the plane of map projection |
| Coordinate system dimension | 2 |
| Coordinate system remarks | Transverse Mercator projection (without zone division) |
| Coordinate system axis name | N |
| Coordinate system axis direction | North |
| Coordinate system axis unit identifier | Meter |
| Coordinate system axis name | E |
| Coordinate system axis direction | East |
| Coordinate system axis unit identifier | Meter |
| Projection identifier | TM |
| Projection valid area | Republic of Croatia |
| Projection scope | Cadastral and topographical surveying and cartography for scales larger than 1:500 000 |
| Projection name | Transverse Mercator projection |
| Projection name alias | Gauss-Krüger projection |
| Projection formulae | See: Lapaine (2006a, b, c) |
| Projection parameters number | 5 |
| Projection remarks | Conformal transverse cylindrical projection without division into zones |
| Projection parameter name | Geodetic (ellipsoid) latitude of origin |
| Projection parameter value | 0 ⁰ |
| Projection parameter remarks | Equator |
| Projection parameter name | Geodetic (ellipsoid) longitude of origin |
| Projection parameter value | 16°30' east of Greenwich |
| Projection parameter remarks | Simultaneous geodetic (ellipsoid) longitude of central meridian of projection area |
| Projection parameter name | Linear scale factor along the central meridian |
| Projection parameter value | 0.9999 |
| Projection parameter remarks | |

| | |
|---|---|
| Oznaka datuma | ETRS89 |
| Alias datuma | Europski terestrički referentni sustav u epohi 1989,0 |
| Tip datuma | geodetski |
| Ishodišna točka datuma | geocentar |
| Epoha realizacije datuma | 1989,0 |
| Područje valjanosti datuma | Europa |
| Primjena datuma | Europski datum konzistentan s ITRS u epohi 1989,0 i fiksiran kao stabilni dio Euroazijske ploče za potrebe georeferenciranja, GIS-a i geodinamičke zadaće |
| Napomene uz datum | Vidi: Boucher, C., Altamimi, Z. (1992) |
| Oznaka početnog meridijana | Greenwich |
| Geodetska (elipsoidna) dužina početnog meridijana | 0° |
| Napomena uz početni meridijan | geodetske (elipsoidne) dužine pozitivne prema istoku |
| Oznaka elipsoida | GRS80 (Geodetic Reference System 1980) |
| Elipsoid poznat i pod imenom | novi internacionalni |
| Velika poluos elipsoida | 6 378 137 m |
| Oblik elipsoida | pravi |
| Inverzna spljoštenost elipsoida | 298,257222101 |
| Napomena uz elipsoid | Vidi: Moritz H., (1992) |
| Oznaka koordinatnog sustava | HTRS96/TM |
| Tip koordinatnog sustava | koordinatni sustav u ravnini kartografske projekcije |
| Dimenzija koordinatnog sustava | 2 |
| Napomena uz koordinatni sustav | poprečna Mercatorova projekcija (bez podjela na zone) |
| Ime osi koordinatnog sustava | N |
| Smjer osi koordinatnog sustava | sjever |
| Jedinica osi koordinatnog sustava | metar |
| Ime osi koordinatnog sustava | E |
| Smjer osi koordinatnog sustava | istok |
| Jedinica osi koordinatnog sustava | metar |
| Identifikator projekcije | TM |
| Područje projekcije | Republika Hrvatska |
| Primjena projekcije | katastarska i topografska izmjera i kartografija za mjerila krupnija od 1:500 000 |
| Naziv projekcije | poprečna Mercatorova projekcija |
| Projekcija poznata i pod imenom | Gauss-Krügerova projekcija |
| Formule za projekciju | Vidi: Lapaine (2006a, b, c) |
| Broj parametara projekcije | 5 |
| Napomene o projekciji | konformna poprečna cilindrična projekcija bez podjele na zone |
| Naziv parametra projekcije | geodetska (elipsoidna) širina ishodišta |
| Vrijednost parametra projekcije | 0° |
| Napomena o parametru projekcije | ekvator |
| Naziv parametra projekcije | geodetska (elipsoidna) dužina ishodišta |
| Vrijednost parametra projekcije | 16°30' istočno od Greenwicha |
| Napomena o parametru projekcije | istodobno geodetska (elipsoidna) dužina srednjeg meridijana područja preslikavanja |
| Naziv parametra projekcije | linearno mjerilo uzduž srednjeg meridijana |
| Vrijednost parametra projekcije | 0,9999 |
| Napomena o parametru projekcije | |

| | |
|------------------------------|----------------|
| Projection parameter name | False easting |
| Projection parameter value | 500 000 m |
| Projection parameter remarks | |
| Projection parameter name | False northing |
| Projection parameter value | 0 m |
| Projection parameter remarks | |

3 Official Proclamation of New Map Projections

Based on Paragraph 9, Item 2 of the Law on State Survey and Real Estate Cadastre (NN 1999), Government of the Republic of Croatia on the session held on August 4, 2004, made the *Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Planar Map Projections of the Republic of Croatia*. This decree was announced under the number 2107 in Official Gazette (Narodne novine) 110/2004, and it was made official with the day of publication.

In this Decree, among other things, it is stated:

“IV

- 1) Coordinate system of the Transverse Mercator (Gauss-Krüger) projection – abbreviated HTRS96/TM, with central meridian 16°0' and the linear scale factor along the central meridian of 0.9999 is determined as coordinate system of the Republic of Croatia for the field of cadastre and state topographic cartography.
- 2) Coordinate system of normal Lambert conformal conic projection – abbreviated HTRS96/LCC, with standard parallels 43°05' and 45°55' north is determined as coordinate system of the Republic of Croatia for small scale official maps.
- 3) Coordinate systems of map projections are based on Croatian terrestrial reference system defined in Point 1 of this Decree.
- 4) For the needs of Armed Forces of the Republic of Croatia, coordinate system of Universal Transverse Mercator (UTM) is accepted in accordance with Agreement of Standardization 'STANAG 2211' of member states of the NATO pact, 5th issue of July 15, 1991.

V

New official geographic datum and planar map projections will be implemented for official use gradually.

The director of the State Geodetic Administration is obliged to issue a program of implementing new official geodetic datum and map projections for official use within six months from the proclamation of this Decree.

VI

The State Geodetic Administration is obliged to implement new official geodetic datum and planar map projections for official use by January 1, 2010 at the latest.”

After the comparison was made, an error was found in *Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Planar Map Projections of the Republic of Croatia* published in Official Gazette 110/04 from August 11, 2004, so on August 25, 2004, the following *Correction of Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Planar Map Projections of the Republic of Croatia* is given in the Official Gazette 117/04:

“In Article IV, Subparagraph 1 instead of number »16°0'« it should be »16°30'«.”

The director of the State Geodetic Administration issued on September 5, 2004 the *Instructions for Further Procedure* in connection with the Decree (Bačić, 2004). In this Instructions, it is stated that publishing the *Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Planar Map Projections* is just the first step in transgression toward a new geodetic reference system of the Republic of Croatia. Implementation of new geodetic datums and map projections in official use will be a very extensive, complex, and long-lasting process, which requires systematic elaboration, implementation and solution of a whole series of different activities and tasks.

Because of these facts, directives were included in the *Decree* that new geodetic datum and map projections will be implemented for official use gradually, based on the *Program of Implementation of New Geodetic Datum and Map Projections*.

Based on Article V of the Croatian Government's Decree on determining the official geodetic datums and map projections of the Republic of Croatia (NN 2004a, b) the director of the State Geodetic Administration issued on September 15, 2005 the *Program of Implementation of Official Geodetic Datums and Map Projections* (Bačić, 2005).

Through this *Program*, steps and tasks necessary for implementation of new official geodetic datums and map projections in official use are determined, as well as a time plan and the modality of their execution and subjects in their execution. There are specially determined measures and activities which will be undertaken by the State Geodetic Administration with the aim of implementing new official geodetic datums and map projections in general use of all users of spatial information in the Republic of Croatia, with special accent on the bodies of State Government and public systems.

In accordance with the stated Program, there was also the project *New Map Projection of the Republic of Croatia*

| | |
|---------------------------------|------------------------|
| Naziv parametra projekcije | pomak u smjeru istoka |
| Vrijednost parametra projekcije | 500 000 m |
| Napomena o parametru projekcije | |
| Naziv parametra projekcije | pomak u smjeru sjevera |
| Vrijednost parametra projekcije | 0 m |
| Napomena o parametru projekcije | |

3. Službeno proglašenje novih kartografskih projekcija

Na temelju članka 9. stavka 2. *Zakona o državnoj izmjeri i katastru nekretnina* (NN 1999) Vlada Republike Hrvatske na sjednici održanoj 4. kolovoza 2004. godine donijela je *Odluku o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske*. Ta je Odluka objavljena pod brojem 2107 u Narodnim novinama 110/2004, a stupila je na snagu danom donošenja.

U toj Odluci među ostalim stoji:

“IV.

- 1) Koordinatni sustav poprečne Mercatorove (Gauss-Krügerove) projekcije – skraćeno HTRS96/TM, sa srednjim meridijanom 16°0' i linearnim mjerilom na srednjem meridijanu 0,9999 određuje se projekcijskim koordinatnim sustavom Republike Hrvatske za područje katastra i detaljne državne topografske kartografije.
- 2) Koordinatni sustav uspravne Lambertove konformne konusne projekcije – skraćeno HTRS96/LCC, sa standardnim paralelama 43°05' i 45°55' određuje se projekcijskim koordinatnim sustavom Republike Hrvatske za područje pregledne državne kartografije.
- 3) Koordinatni sustavi kartografskih projekcija temelje se na hrvatskom terestričkom referentnom sustavu definiranom u točki 1. ove Odluke.
- 4) Za potrebe Oružanih snaga Republike Hrvatske usvaja se projekcijski koordinatni sustav univerzalne poprečne Mercatorove projekcije (Universal Transverse Mercator – UTM) sukladno Sporazumu o standardizaciji »STANAG 2211«, država članica NATO saveza, 5. izdanje od 15. srpnja 1991. godine.

V.

Novi službeni geodetski datumi i ravninske kartografske projekcije u službenu uporabu uvodit će se postupno.

Zadužuje se ravnatelj Državne geodetske uprave da u roku od 6 mjeseci od dana objave ove Odluke, donese program uvođenja novih službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija u službenu uporabu.

VI.

Zadužuje se Državna geodetska uprava da uvede nove službene geodetske datume i ravninske kartografske projekcije u službenu uporabu, najkasnije do 1. siječnja 2010. godine.”

Nakon izvršenog uspoređivanja utvrđena je pogreška u *Odluci o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske* objavljenoj u Narodnim novinama 110/04 od 11. kolovoza 2004., pa se 25. kolovoza 2004. u Narodnim novinama 117/04 daje sljedeći *Ispravak Odluke o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske*:

“U točki IV. podtočka 1 umjesto broja »16°0'« treba stajati broj »16°30'«.”

Ravnatelj Državne geodetske uprave donosi 5. studenoga 2004. *Uputu za nastavno postupanje* glede donesene Odluke (Bačić, 2004). U toj Uputi kaže se da je donošenje *Odluke o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija* samo prvi korak u prijelazu na novi geodetski referentni sustav Republike Hrvatske. Implementacija novih geodetskih datuma i kartografskih projekcija u službenu uporabu bit će vrlo opsežan, složen i dugotrajan proces, koji zahtijeva sustavnu razradu, provedbu i rješavanje cijelog niza različitih aktivnosti i zadataka.

Zbog tih činjenica u Odluku su uvrštene odredbe da će se novi geodetski datumi i kartografske projekcije u službenu uporabu uvoditi postupno, temeljem *Programa uvođenja novih geodetskih datuma i kartografskih projekcija*.

Temeljem točke V. Odluke Vlade Republike Hrvatske o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija Republike Hrvatske (NN 2004a, b) ravnatelj Državne geodetske uprave donio je 15. rujna 2005. *Program uvođenja službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija* (Bačić, 2005).

Tim se Programom određuju poslovi i zadaci nužni za uvođenje novih službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija u službenu uporabu, vremenski plan i način njihova izvršenja te nositelji i subjekti u njegovoj provedbi. Osobito se utvrđuju mjere i aktivnosti koje će poduzeti Državna geodetska uprava radi uvođenja novih službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija u opću uporabu svih korisnika prostornih informacija u Republici Hrvatskoj, s posebnim naglaskom na tijela državne uprave i javne sustave.

U skladu s navedenim Programom ostvaren je i projekt *Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – Upute za praktičnu primjenu* što ga je Državna geodetska uprava naručila od Geodetskog fakulteta (Lapaine 2006a, b, c, d). Svrha projekta bila je:

– HTRS96/TM – Instructions for Practical Use that the State Geodetic Administration required from the Faculty of Geodesy (Lapaine 2006a, b, c, d). The purpose of the project was to:

- ❑ Create technical instructions for calculating coordinates in coordinate system HTRS96/TM (new map projection of the Republic of Croatia) and
- ❑ Propose a new division into map sheets for official scales from 1:500 to 1:250 000, as well as to make an overlap of new map grid of Croatia with cartographic network of NATO STANAG 2211 standard for scales 1:50 000 and 1:250 000.

The content of the project was:

- ❑ Description of the new map projection
- ❑ Algorithms for solving basic geodetic and cadastral tasks in HTRS96/TM
- ❑ Calculation of coordinates in plane of projection from geodetic coordinates and vice-versa
- ❑ Calculation of linear scale factor out of projection plane's and geodetic coordinates
- ❑ Calculation of coordinates in marginal areas of projection where linear scale is greater than 1.0001
- ❑ Calculation of reduction of directions and lengths
- ❑ Calculation of meridian convergence out of projection plane's and geodetic coordinates
- ❑ Other practical geodetic cartographic tasks
- ❑ Detailed processing of new division in map sheets for all scales, including nomenclature and creation of general maps.

Let us mention at the end of this chapter that the new official map projection and *Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Map Projections* is mentioned in the new *Law on State Survey and Real Estate Cadastre* (NN 2007) as well.

4 Numerical Values of Constants of the GRS80 Ellipsoid

Let us remind that geodetic calculations in Croatia in the past hundred years or so were based on the Bessel ellipsoid. The Government of the Republic of Croatia, on the session held on August 4, 2004, made the *Decree on Establishing Official Geodetic Datum and Planar Map Projections of the Republic of Croatia* (NN 2004a, b). According to this Decree:

“The GRS80 Ellipsoid with the size of major semi-axis $a = 6378137,00$ m and flattening $\mu = 1/298.257222101$ is determined by official mathematic model of the Earth body in the Republic of Croatia.”

While the numerical values of its semi-axis (or logarithms of semi-axis) were set as basic parameters with Bessel's ellipsoid, with ellipsoid GRS80 only one semi-axis a is set with its numerical value. The second geometric parameter was not set numerically, but by a non-linear equation. The solution of this equation written by

Table 2. Geometrical constants of the GRS80 ellipsoid written with 24 digits

| | |
|----------|---|
| $a =$ | 6.37813 70000 00000 00000 000·10 ⁶ m (given) |
| $b =$ | 6.35675 23141 40347 43838 862·10 ⁶ m |
| $c =$ | 6.39959 36258 64031 64801 394·10 ⁶ m |
| $e^2 =$ | 6.69438 00229 03415 74957 495·10 ⁻³ |
| $e =$ | 8.18191 91042 83185 07068 860·10 ⁻² |
| $e'^2 =$ | 6.73949 67754 81621 90622 331·10 ⁻³ |
| $e' =$ | 8.20944 38151 93342 25976 402·10 ⁻² |
| $1/f =$ | 2.98257 22210 08827 11243 163·10 ² |
| $f =$ | 3.35281 06811 83637 41816 505·10 ⁻³ |
| $1/f' =$ | 2.97257 22210 08827 11243 163·10 ² |
| $f' =$ | 3.36408 98375 23347 02342 429·10 ⁻³ |
| $n =$ | 1.67922 03946 29406 14691 445·10 ⁻³ |

12 digits was published by Moritz (1992) with the remark that this and other parameters could be calculated by adequate formulae in case of need.

In the article *Numerical Values of Geometric Constants of the GRS80 Ellipsoid* the problem of determining those numerical values is explained in detail (Lapaine et al. 2006). Numerical values of derived constants on 24 reliable digits have been published in that paper (Table 2). At the end is considered possible influence of use of parameters of ellipsoid GRS80 that are calculated with the presumption that along with major semi-axis, the reciprocal value of flatness is calculated to approximately 12 digits as a second given parameter. It was shown that under this presumption it will be possible to calculate rectangular coordinates in the official system in Croatia (HTRS96/TM) on 7 decimal places. The seventh decimal place can differ from the real value for one at most.

5 Algorithms for Solving Two Basic Tasks in the HTRS96/TM Coordinate System

In Table 1, basic characteristics of new projections are represented for needs of official cadastral and topographic cartography and scales larger than 1:500 000. In the continuation, algorithms for solving two basic tasks in new projections will be represented: conversion of geodetic coordinates to rectangular coordinates in projection plane and vice versa.

5.1 Conversion of geodetic coordinates φ, λ to rectangular coordinates y, x in the projection plane

The Gauss-Krüger, or the Transverse Mercator projection is determined by these conditions:

1. The projection is conformal
2. The central meridian is projected in true scale or the scale along it is constant
3. The x-axis of the rectangular coordinate system is the image of the central meridian. The origin can be set in any point of the image of the central meridian, and it is usually taken on the intersection of the image of the central meridian and the image of the equator.

- izraditi tehničke upute za računanje koordinata u koordinatnom sustavu HTRS96/TM (nove kartografske projekcije RH) i
- predložiti novu podjelu na listove za službena mjerila od 1:500 do 1:250 000, kao i preklap nove kartografske mreže RH s kartografskom mrežom NATO standarda STANAG 2211 za mjerila 1:50 000 i 1:250 000.

Sadržaj projekta bio je:

- opis nove kartografske projekcije
- algoritmi za rješavanje osnovnih geodetsko-katastarskih zadataka u koordinatnom sustavu HTRS96/TM
- računanje koordinata u ravnini projekcije iz geodetskih koordinata i obratno,
- računanje linearnog mjerila iz projekcijskih i geodetskih koordinata,
- računanje koordinata u rubnim područjima projekcije, gdje je linearno mjerilo veće od 1,0001,
- računanje redukcije pravaca i duljina,
- računanje konvergencije meridijana iz geodetskih i projekcijskih koordinata,
- ostali praktični geodetsko-kartografski zadaci,
- detaljna obrada nove podjele na listove za sva mjerila, uključujući nomenklaturu i izradu preglednih karata.

Na kraju ovog poglavlja treba dodati da se nova službena kartografska projekcija i Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i kartografskih projekcija spominju i u novom *Zakonu o geodetskoj izmjeri i katastru nekretnina* (NN 2007).

4. Numeričke vrijednosti konstanti elipsoida GRS80

Podsjetimo se da su se geodetska računanja u Hrvatskoj u proteklih stotinjak godina temeljila na Besselovu elipsoidu. Vlada Republike Hrvatske na sjednici održanoj 4. kolovoza 2004. godine donijela je *Odluku o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske* (NN 2004a, b). Prema toj odluci:

“Elipsoid GRS80 s veličinom velike poluosi $a = 6378137,00$ m i spljoštenošću $\mu = 1/298,257222101$ određuje se službenim matematičkim modelom za Zemljino tijelo u Republici Hrvatskoj.”

Dok su kod Besselova elipsoida kao osnovni parametri bile zadane numeričke vrijednosti njegovih poluosi (ili logaritmi poluosi), kod elipsoida GRS80 samo je velika poluos a zadana svojom numeričkom vrijednošću. Drugi geometrijski parametar nije zadan numerički, nego nelinearnom jednadžbom. Rješenje te jednadžbe zapisano na 12 znamenaka objavio je Moritz

Tablica 2. Geometrijske konstante elipsoida GRS80 napisane na 24 znamenke:

| | |
|----------|--|
| $a =$ | 6,37813 70000 00000 00000 000·10 ⁶ m (zadano) |
| $b =$ | 6,35675 23141 40347 43838 862·10 ⁶ m |
| $c =$ | 6,39959 36258 64031 64801 394·10 ⁶ m |
| $e^2 =$ | 6,69438 00229 03415 74957 495·10 ⁻³ |
| $e =$ | 8,18191 91042 83185 07068 860·10 ⁻² |
| $e'^2 =$ | 6,73949 67754 81621 90622 331·10 ⁻³ |
| $e' =$ | 8,20944 38151 93342 25976 402·10 ⁻² |
| $1/f =$ | 2,98257 22210 08827 11243 163·10 ² |
| $f =$ | 3,35281 06811 83637 41816 505·10 ⁻³ |
| $1/f' =$ | 2,97257 22210 08827 11243 163·10 ² |
| $f' =$ | 3,36408 98375 23347 02342 429·10 ⁻³ |
| $n =$ | 1,67922 03946 29406 14691 445·10 ⁻³ |

(1992) uz napomenu da se u slučaju potrebe taj i drugi parametri mogu izračunati po odgovarajućim formulama.

U članku *Numeričke vrijednosti geometrijskih konstanti elipsoida GRS80* detaljno je objašnjen problem određivanja tih numeričkih vrijednosti (Lapaine i dr., 2006). U tom su radu objavljene numeričke vrijednosti izvedenih konstanti na 24 pouzdane znamenke (tablica 2). Na kraju se razmatra mogući utjecaj upotrebe parametara elipsoida GRS80 izračunanih uz pretpostavku da je uz veliku poluos, drugi zadani parametar recipročna vrijednost spljoštenosti izračunana približno na 12 znamenaka. Pokazuje se da će uz tu pretpostavku pravokutne koordinate u službenom sustavu u Hrvatskoj (HTRS96/TM) biti moguće izračunati na 7 decimala. Sedma decimala može se razlikovati od prave vrijednosti najviše za jedan.

5. Algoritmi za rješavanje dvaju osnovnih zadataka u koordinatnom sustavu HTRS96/TM

U tablici 1 prikazane su osnovne karakteristike nove projekcije za potrebe službene katastarske i topografske kartografije i mjerila krupnija od 1:500 000. U nastavku će biti prikazani algoritmi za rješavanje dvaju osnovnih zadataka u novoj projekciji: konverzija geodetskih koordinata u pravokutne koordinate u ravnini projekcije i obratno.

5.1. Konverzija geodetskih koordinata φ, λ u pravokutne koordinate y, x u ravnini projekcije

Gauss-Krügerova, odnosno poprečna Mercatorova projekcija određena je ovim uvjetima:

1. projekcija je konformna,
2. srednji meridijan preslikava se u pravoj veličini ili je mjerilo uzduž njega konstantno,
3. os x pravokutnoga koordinatnog sustava poklapa se sa slikom srednjeg meridijana. Ishodište se može postaviti u bilo koju točku slike srednjeg meridijana, a obično se uzima u presjeku slike srednjeg meridijana i slike ekvatora.

All the formulae for that projection are usually derived with presumption that linear scale factor on the central meridian is equal to one ($m_0 = 1$). Coordinates derived with this condition are called *unreduced*. So, for the point on the central meridian $y = 0$, $x = B$, where B is the length of arc of meridian from equator to starting point.

Length of meridian arc

The first differential form of rotational ellipsoid parameterised by geodetic coordinates is:

$$ds^2 = M^2(\varphi)d\varphi^2 + N^2(\varphi)\cos^2 \varphi d\lambda^2, \quad (1.1)$$

where $M(\varphi)$ is the radius of curvature of the meridian, and $N(\varphi)$ the radius of curvature of the intersection by the first vertical.

Along the meridian it is $d\lambda=0$, so for the differential of length of meridian arc $ds = dB$ we can write:

$$dB = M(\varphi)d\varphi. \quad (1.2)$$

Let us note two points on the meridian: T_1 having geodetic latitude φ_1 and T_2 having geodetic latitude φ_2 ($\varphi_1 \leq \varphi_2$). Let us denote the length of the meridian arc between points T_1 and T_2 by B . By integrating the expression (1.2) we get:

$$B = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi)d\varphi = B(\varphi_2) - B(\varphi_1), \quad (1.3)$$

where:

$$B(\varphi) = \int_0^{\varphi} M(\varphi)d\varphi. \quad (1.4)$$

In the last formula (1.4), $B(\varphi)$ is the length of the meridian arc from the equator to the point with geodetic latitude φ . The integral (1.4) is an elliptical integral, which is not possible to be directly integrated, but development in series is used (Lambert 1772, Helmert 1880, Krüger 1912 and Weise 1951). Lapaine (1990) showed that for calculation of length of meridian arc, the most effective is usage of formula in the form

$$B(\varphi) = A[\varphi + \sin 2\varphi(c_1 + (c_2 + (c_3 + (c_4 + c_5 \cos 2\varphi) \cos 2\varphi) \cos 2\varphi) \cos 2\varphi)] + \dots, \quad (1.5)$$

where

$$A = a(1-n)(1-n^2)(1 + \frac{9}{4}n^2 + \frac{225}{64}n^4 + \dots) \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{3}{2}n & + \frac{31}{24}n^3 & - \frac{669}{640}n^5 + \dots \\ c_2 &= \frac{15}{8}n^2 & - \frac{435}{128}n^4 & + \dots \\ c_3 &= -\frac{35}{12}n^3 & + \frac{651}{80}n^5 + \dots \\ c_4 &= \frac{315}{64}n^4 & + \dots \\ c_5 &= -\frac{693}{80}n^5 + \dots \end{aligned} \quad (1.7)$$

In previous expressions, n is the third flattening and is defined by the relation

$$n = \frac{a-b}{a+b}. \quad (1.8)$$

Since $n^6 \approx 2 \cdot 10^{-17}$, introduction of further members makes no sense in arithmetic with 16 digits.

Let the given geodetic coordinates of some point be φ and λ , and rectangular coordinates x and y in the plane of projection should be calculated.

Let it be

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad (1.9)$$

where λ_0 is the geodetic longitude of the central meridian of the projected area. For the new official projection for all area of Croatia, it was defined $\lambda_0 = 16^\circ 30'$.

Formulae

After appropriate mathematical derivations (Lapaine 2006a), we come to the final formulae for calculation of rectangular coordinates in the plane y and x from geodetic coordinates φ, λ :

$$\begin{aligned} y &= IN(\varphi)\cos \varphi + \frac{l^3 N(\varphi)\cos^3 \varphi}{6} (1-t^2 + \eta^2) + \\ &+ \frac{l^5 N(\varphi)\cos^5 \varphi}{120} \left(\begin{aligned} &5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 \\ &- 58t^2\eta^2 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^7 N(\varphi)\cos^7 \varphi}{5040} \left(\begin{aligned} &61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6 + 331\eta^2 \\ &+ 715\eta^4 - 3298t^2\eta^2 - 8655t^2\eta^4 \\ &- 10964t^2\eta^6 + 1771t^4\eta^2 + 6080t^4\eta^4 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^9 N(\varphi)\cos^9 \varphi}{362880} \left(\begin{aligned} &1385 - 19028t^2 + 18270t^4 - 1636t^6 \\ &+ 12284\eta^2 - 214140\eta^2t^2 \\ &+ 290868\eta^2t^4 - 47188\eta^2t^6 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= B + \frac{l^2 N(\varphi)\cos^2 \varphi}{2} t + \\ &+ \frac{l^4 N(\varphi)\cos^4 \varphi}{24} t(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\ &+ \frac{l^6 N(\varphi)\cos^6 \varphi}{720} t \left(\begin{aligned} &61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 445\eta^4 + 324\eta^6 \\ &- 330t^2\eta^2 - 680t^2\eta^4 - 600t^2\eta^6 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^8 N(\varphi)\cos^8 \varphi}{40320} t \left(\begin{aligned} &1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6 + 10899\eta^2 \\ &+ 34419\eta^4 - 32802\eta^2t^2 - 129087\eta^4t^2 \\ &+ 9219\eta^2t^4 + 49644\eta^4t^4 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

Usual abbreviations are introduced in the previous formulae

$$N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad t = \tan \varphi, \quad \eta^2 = e^2 \cos^2 \varphi,$$

$B=B(\varphi)$ is the length of the meridian arc according to formulae (1.5)–(1.8), $l = \lambda - \lambda_0$.

At the end, we will introduce new names for coordinates: N (northing) instead of x , and E (easting) instead of y .

Sve formule u toj projekciji obično se izvode uz pretpostavku da je mjerilo na srednjem meridijanu jednako jedinici ($m_0=1$). Koordinate izvedene uz taj uvjet nazivaju se *nereduciranima*. Dakle, za točku na srednjem meridijanu $y = 0$, $x = B$, gdje je B duljina luka meridijana od ekvatora do promatrane točke.

Duljina luka meridijana

Prva diferencijalna forma rotacijskog elipsoida parametriziranoga geodetskim koordinatama glasi

$$ds^2 = M^2(\varphi)d\varphi^2 + N^2(\varphi)\cos^2 \varphi d\lambda^2, \quad (1.1)$$

gdje je $M(\varphi)$ polumjer zakrivljenosti meridijana, a $N(\varphi)$ polumjer zakrivljenosti presjeka po prvom vertikalu.

Uzduž meridijana je $d\lambda = 0$, pa za diferencijal duljine luka meridijana ds uz novu oznaku dB možemo napisati

$$dB = M(\varphi)d\varphi. \quad (1.2)$$

Uočimo na meridijanu dvije točke: T_1 s geodetskom širinom φ_1 i T_2 s geodetskom širinom φ_2 ($\varphi_1 \leq \varphi_2$). Označimo duljinu luka meridijana između točaka T_1 i T_2 s B . Integriranjem izraza (1.2) dobijemo:

$$B = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi)d\varphi = B(\varphi_2) - B(\varphi_1), \quad (1.3)$$

gdje je

$$B(\varphi) = \int_0^{\varphi} M(\varphi)d\varphi. \quad (1.4)$$

U posljednjoj formuli (1.4) je $B(\varphi)$ duljina luka meridijana od ekvatora do točke s geodetskom širinom φ . Integral (1.4) je eliptički integral koji nije moguće neposredno integrirati nego se primjenjuju razvoji u redove (Lambert 1772, Helmert 1880, Krüger 1912, König i Weise 1951). Lapaine (1990) je pokazao da je za računanje duljine luka meridijana najučinkovitija primjena formule oblika

$$B(\varphi) = A[\varphi + \sin 2\varphi(c_1 + (c_2 + (c_3 + (c_4 + c_5 \cos 2\varphi)\cos 2\varphi)\cos 2\varphi)\cos 2\varphi)] + \dots, \quad (1.5)$$

gdje su konstante za elipsoid ove:

$$A = a(1-n)(1-n^2)\left(1 + \frac{9}{4}n^2 + \frac{225}{64}n^4 + \dots\right) \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{3}{2}n + \frac{31}{24}n^3 - \frac{669}{640}n^5 + \dots \\ c_2 &= \frac{15}{8}n^2 - \frac{435}{128}n^4 + \dots \\ c_3 &= -\frac{35}{12}n^3 + \frac{651}{80}n^5 + \dots \\ c_4 &= \frac{315}{64}n^4 + \dots \\ c_5 &= -\frac{693}{80}n^5 + \dots \end{aligned} \quad (1.7)$$

U prethodnim izrazima n je treća spljoštenost definirana relacijom

$$n = \frac{a-b}{a+b}. \quad (1.8)$$

Kako $n^6 \approx 2 \cdot 10^{-17}$, uvođenje daljnjih članova nema smisla u aritmetici sa 16 znamenaka.

Neka su zadane geodetske koordinate φ i λ neke točke na elipsoidu, a potrebno je izračunati pravokutne koordinate y i x u ravnini projekcije.

Označimo

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad (1.9)$$

gdje je λ_0 geodetska dužina srednjeg meridijana područja koje se preslikava. Za novu službenu projekciju za cijelo područje Hrvatske uzima se $\lambda_0 = 16^\circ 30'$.

Formule

Nakon odgovarajućih mukotrpnih matematičkih izvoda i računanja doprinosa pojedinih koeficijenata u aritmetici sa 16 značajnih znamenki, te izostavljanja onih članova koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od 10^{-10} (Lapaine 2006a), dolazi se do konačnih formula za računanje pravokutnih koordinata u ravnini projekcije y i x iz geodetskih koordinata φ , λ :

$$\begin{aligned} y &= IN(\varphi)\cos \varphi + \frac{l^3 N(\varphi)\cos^3 \varphi}{6} (1-t^2 + \eta^2) + \\ &+ \frac{l^5 N(\varphi)\cos^5 \varphi}{120} \left(\begin{aligned} &5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 \\ &- 58t^2\eta^2 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^7 N(\varphi)\cos^7 \varphi}{5040} \left(\begin{aligned} &61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6 + 331\eta^2 \\ &+ 715\eta^4 - 3298t^2\eta^2 - 8655t^2\eta^4 \\ &- 10964t^2\eta^6 + 1771t^4\eta^2 + 6080t^4\eta^4 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^9 N(\varphi)\cos^9 \varphi}{362880} \left(\begin{aligned} &1385 - 19028t^2 + 18270t^4 - 1636t^6 \\ &+ 12284\eta^2 - 214140\eta^2t^2 \\ &+ 290868\eta^2t^4 - 47188\eta^2t^6 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= B + \frac{l^2 N(\varphi)\cos^2 \varphi}{2} t + \\ &+ \frac{l^4 N(\varphi)\cos^4 \varphi}{24} t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \\ &+ \frac{l^6 N(\varphi)\cos^6 \varphi}{720} t \left(\begin{aligned} &61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 445\eta^4 + 324\eta^6 \\ &- 330t^2\eta^2 - 680t^2\eta^4 - 600t^2\eta^6 \end{aligned} \right) + \\ &+ \frac{l^8 N(\varphi)\cos^8 \varphi}{40320} t \left(\begin{aligned} &1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6 + 10899\eta^2 \\ &+ 34419\eta^4 - 32802\eta^2t^2 - 129087\eta^4t^2 \\ &+ 9219\eta^2t^4 + 49644\eta^4t^4 \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

U prethodnim formulama uvedene su uobičajene oznake

$$N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad t = \tan \varphi, \quad \eta^2 = e^2 \cos^2 \varphi,$$

$B=B(\varphi)$ je duljina luka meridijana, koja se može izračunati prema formulama (1.5)-(1.8), $l = \lambda - \lambda_0$.

Na kraju, uvest ćemo još nove oznake N (sjeverno) umjesto x i E (istočno) umjesto y .

HTRS96/TM**Conversion of geodetic coordinates φ, λ into rectangular coordinates E, N**

E = reduced easting coordinate, i.e. $E = 0,9999\bar{E} + 500\,000$

N = reduced northing coordinate, i.e. $N = 0,9999\bar{N}$

\bar{E} = unreduced easting coordinate (i.e. $\bar{E} = y$)

\bar{N} = unreduced northing coordinate (i.e. $\bar{N} = x$)

$$\bar{E} = (a_1)l + (a_3)l^3 + (a_5)l^5 + (a_7)l^7 + (a_9)l^9$$

$$\bar{N} = B + (a_2)l^2 + (a_4)l^4 + (a_6)l^6 + (a_8)l^8$$

The formulae have an accuracy of 10^{-9} meters.

$$(a_1) = N(\varphi) \cos \varphi$$

$$(a_3) = \frac{N(\varphi) \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$(a_5) = \frac{N(\varphi) \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 - 58t^2\eta^2 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6)$$

$$(a_7) = \frac{N(\varphi) \cos^7 \varphi}{5040} \left(\begin{array}{l} 61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6 + 331\eta^2 + 715\eta^4 - 3298t^2\eta^2 - 8655t^2\eta^4 \\ - 10964t^2\eta^6 + 1771t^4\eta^2 + 6080t^4\eta^4 \end{array} \right)$$

$$(a_9) = \frac{N(\varphi) \cos^9 \varphi}{362880} \left(\begin{array}{l} 1385 - 19028t^2 + 18270t^4 - 1636t^6 + 12284\eta^2 - 214140\eta^2t^2 \\ + 290868\eta^2t^4 - 47188\eta^2t^6 \end{array} \right)$$

$$(a_2) = \frac{N(\varphi) \cos^2 \varphi}{2} t$$

$$(a_4) = \frac{N(\varphi) \cos^4 \varphi}{24} t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$(a_6) = \frac{N(\varphi) \cos^6 \varphi}{720} t (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 445\eta^4 + 324\eta^6 - 330t^2\eta^2 - 680t^2\eta^4 - 600t^2\eta^6)$$

$$(a_8) = \frac{N(\varphi) \cos^8 \varphi}{40320} t \left(\begin{array}{l} 1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6 + 10899\eta^2 + 34419\eta^4 - 32802\eta^2t^2 \\ - 129087\eta^4t^2 + 9219\eta^2t^4 + 49644\eta^4t^4 \end{array} \right)$$

In the given formulae, difference should be noted between the northing coordinate N and the radius of curvature of the intersection of ellipsoid by the first vertical $N(\varphi)$:

$$N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$t = \tan \varphi, \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi,$$

$B = B(\varphi)$ is the length of the meridian arc, which can be calculated by formulae (1.5)-(1.8)

$$l = \lambda - \lambda_0 \text{ in radians}$$

HTRS96/TM**Konverzija geodetskih koordinata φ, λ u pravokutne koordinate E, N**

E = reducirana istočna koordinata, tj. $E = 0,9999\bar{E} + 500\ 000$

N = reducirana sjeverna koordinata, tj. $N = 0,9999\bar{N}$

\bar{E} = nereducirana istočna koordinata (tj. $\bar{E} = y$)

\bar{N} = nereducirana sjeverna koordinata (tj. $\bar{N} = x$)

$$\bar{E} = (a_1)l + (a_3)l^3 + (a_5)l^5 + (a_7)l^7 + (a_9)l^9$$

$$\bar{N} = B + (a_2)l^2 + (a_4)l^4 + (a_6)l^6 + (a_8)l^8$$

Formule imaju točnost 10^{-9} metara.

$$(a_1) = N(\varphi) \cos \varphi$$

$$(a_3) = \frac{N(\varphi) \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$(a_5) = \frac{N(\varphi) \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 - 58t^2\eta^2 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6)$$

$$(a_7) = \frac{N(\varphi) \cos^7 \varphi}{5040} \left(61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6 + 331\eta^2 + 715\eta^4 - 3298t^2\eta^2 - 8655t^2\eta^4 \right. \\ \left. - 10964t^2\eta^6 + 1771t^4\eta^2 + 6080t^4\eta^4 \right)$$

$$(a_9) = \frac{N(\varphi) \cos^9 \varphi}{362880} \left(1385 - 19028t^2 + 18270t^4 - 1636t^6 + 12284\eta^2 - 214140\eta^2t^2 \right. \\ \left. + 290868\eta^2t^4 - 47188\eta^2t^6 \right)$$

$$(a_2) = \frac{N(\varphi) \cos^2 \varphi}{2} t$$

$$(a_4) = \frac{N(\varphi) \cos^4 \varphi}{24} t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$(a_6) = \frac{N(\varphi) \cos^6 \varphi}{720} t (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 445\eta^4 + 324\eta^6 - 330t^2\eta^2 - 680t^2\eta^4 - 600t^2\eta^6)$$

$$(a_8) = \frac{N(\varphi) \cos^8 \varphi}{40320} t \left(1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6 + 10899\eta^2 + 34419\eta^4 - 32802\eta^2t^2 \right. \\ \left. - 129087\eta^4t^2 + 9219\eta^2t^4 + 49644\eta^4t^4 \right)$$

U navedenim formulama treba uočiti razliku između sjeverne koordinate N i polumjera zakrivljenosti presjeka elipsoida po prvom vertikalu $N(\varphi)$:

$$N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$t = \tan \varphi, \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi,$$

$B = B(\varphi)$ je duljina luka meridijana koja se može izračunati prema formulama (1.5)-(1.8)

$l = \lambda - \lambda_0$ u radijanima.

A numerical example

A conversion of geodetic coordinates φ, λ into rectangular coordinates E, N with accuracy of 10^{-9} meters and the GRS80 ellipsoid.

Given:

$$\varphi = 43^\circ 37' 26''.4$$

$$\lambda = 15^\circ 28' 36''.3$$

Calculated:

$$E = 417\,420.536\,069\,217\text{ m}$$

$$N = 4\,832\,071.116\,580\,311\text{ m}$$

5.2 Conversion of rectangular coordinates y, x in the plane to geodetic coordinates φ, λ

In the previous chapter, formulae for calculating coordinates in the Gauss-Krüger, or the Transverse Mercator projection from geodetic coordinates were given. In this chapter, an inverse problem is being solved, i.e. formulae are given for calculating geodetic coordinates from rectangular coordinates in the projection plane.

48 All formulae were first derived with presumption that the scale along central meridian is equal to one ($m_0 = 1$). Coordinates derived with that condition are called *unreduced*. Hence, for any point along the central meridian $y = 0, x = B$, where B is length of the meridian arc from the equator to an observed point.

Geodetic latitude of point for which the length of the meridian arc to the equator is known

In the previous chapter we had the formula (1.4) in which $B(\varphi)$ is the length of the meridian arc from the equator to the point with geodetic latitude φ . For calculating the meridian arc length from the equator to the point with geodetic latitude φ , the integral (1.4) should be calculated. It is an elliptical integral that is not possible to be directly integrated, so different mathematical methods are used for its computation.

To solve the inverse problem, when geodetic latitude φ of some point is to be determined based on cognition of corresponding length of meridian arc B from that the equator to that point, the following formula can be applied (Lapaine, 1990):

$$\varphi(B) = \psi + \sin 2\psi (c_1 + (c_2 + (c_3 + (c_4 + c_5 \cos 2\psi) \cos 2\psi) \cos 2\psi) \cos 2\psi) + \dots, \quad (2.1)$$

where

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{3}{2}n - \frac{29}{12}n^3 + \frac{553}{80}n^5 + \dots \\ c_2 &= \frac{21}{8}n^2 - \frac{1537}{128}n^4 + \dots \\ c_3 &= \frac{151}{24}n^3 - \frac{32373}{640}n^5 + \dots \\ c_4 &= \frac{1097}{64}n^4 + \dots \\ c_5 &= \frac{8011}{160}n^5 + \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\psi = \frac{B}{A}, \quad (2.3)$$

where A is determined by the formula (1.6). In the previous expressions, n is the third flattening defined through relation (1.8). Since $n^6 \approx 2 \cdot 10^{-17}$, introduction of further members in upper formulae makes no sense in arithmetic with 16 digits.

Formulae

Let the rectangular coordinates y and x be given in the plane of projection, and geodetic coordinates φ and λ of corresponding point on the ellipsoid need to be calculated.

We denote like before

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad (1.9)$$

where λ_0 is the geodetic longitude of the central meridian of the projected area. $\lambda_0 = 16^\circ 30'$ is defined for the new official projection for all area of Croatia.

After corresponding derivations and calculating individual coefficients with 16 significant digits, and omitting members whose absolute value is less than 10^{-16} (Lapaine 2006a) we get:

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{N(\varphi_F) \cos \varphi_F} y - \frac{1}{6N^3(\varphi_F) \cos \varphi_F} (1 + 2t^2 + \eta^2) y^3 + \\ &+ \frac{1}{120N^5(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 + 8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 + 24t^2\eta^6 \right) y^5 - \\ &- \frac{1}{5040N^7(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(61 + 662t^2 + 1320t^4 + 720t^6 + 107\eta^2 + 440t^2\eta^2 - 234t^2\eta^4 + 336t^4\eta^2 \right) y^7 + \\ &+ \frac{1}{362880N^9(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(1385 + 24568t^2 + 83664t^4 + 100800t^6 + 40320t^8 + 47808\eta^2t^4 \right) y^9 - \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_F - \frac{t}{2N^2(\varphi_F)} (1 + \eta^2) y^2 + \\ &+ \frac{t}{24N^4(\varphi_F)} \left(5 + 3t^2 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 - 6\eta^2t^2 - 9\eta^4t^2 \right) y^4 - \\ &- \frac{t}{720N^6(\varphi_F)} \left(61 + 90t^2 + 45t^4 + 107\eta^2 + 43\eta^4 - 162\eta^2t^2 - 318\eta^4t^2 - 45\eta^2t^4 + 135\eta^4t^4 \right) y^6 + \\ &+ \frac{t}{40320N^8(\varphi_F)} \left(1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6 + 3116\eta^2 - 5748\eta^2t^2 - 3276\eta^2t^4 - 1260\eta^2t^6 \right) y^8 - \dots \end{aligned}$$

φ_F is the geodetic latitude of the point on the central meridian for which $x = B$, i.e. length of meridian arc from the equator to the observed point and all values of t and η should be calculated for $\varphi = \varphi_F$.

At the end, we will introduce N (northing) instead of x and E (easting) instead of y .

Numerički primjer

Konverzija geodetskih koordinata φ, λ u pravokutne koordinate E, N uz točnost 10^{-9} metara i elipsoid GRS80.

Zadano:

$$\varphi = 43^\circ 37' 26'',4$$

$$\lambda = 15^\circ 28' 36'',3$$

Izračunano:

$$E = 417\,420,536\,069\,217\text{ m}$$

$$N = 4\,832\,071,116\,580\,311\text{ m}$$

5.2. Konverzija pravokutnih koordinata y, x u ravnini u geodetske koordinate φ, λ

U prethodnom poglavlju dane su formule za računanje koordinata u Gauss-Krügerovoj, odnosno poprečnoj Mercatorovoj projekciji iz geodetskih koordinata. U ovome poglavlju rješava se obratni zadatak, tj. daju se formule za računanje geodetskih koordinata iz pravokutnih koordinata u ravnini projekcije.

Sve formule izvedene su najprije uz pretpostavku da je mjerilo na srednjem meridijanu jednako jedinici ($m_0=1$). Koordinate izvedene uz taj uvjet nazivaju se *nereduciranima*. Dakle, za bilo koju točku na srednjem meridijanu $y = 0$, a $x = B$, gdje je B duljina luka meridijana od ekvatora do promatrane točke.

Geodetska širina točke za koju je poznata duljina luka meridijana od ekvatora

U prethodnom poglavlju imali smo formulu (1.4) u kojoj je $B(\varphi)$ duljina luka meridijana od ekvatora do točke s geodetskom širinom φ . Za računanje duljine luka meridijana od ekvatora do točke s geodetskom širinom φ treba izračunati integral (1.4) koji je eliptički integral i koji nije moguće neposredno integrirati pa se za njegovo izračunavanje primjenjuju različite matematičke metode.

Za rješavanje obratnog problema, kada treba odrediti geodetsku širinu φ neke točke na temelju poznavanja pripadne duljine luka meridijana B od te točke do ekvatora, može se primijeniti sljedeća formula (Lapaine 1990):

$$\varphi(B) = \psi + \sin 2\psi (c_1 + (c_2 + (c_3 + (c_4 + c_5 \cos 2\psi) \cos 2\psi) \cos 2\psi) \cos 2\psi) + \dots, \quad (2.1)$$

gdje su

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{3}{2}n - \frac{29}{12}n^3 + \frac{553}{80}n^5 + \dots \\ c_2 &= \frac{21}{8}n^2 - \frac{1537}{128}n^4 + \dots \\ c_3 &= \frac{151}{24}n^3 - \frac{32373}{640}n^5 + \dots \\ c_4 &= \frac{1097}{64}n^4 + \dots \\ c_5 &= \frac{8011}{160}n^5 + \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\psi = \frac{B}{A}, \quad (2.3)$$

a gdje je A određen formulom (1.6). U prethodnim izrazima n je treća spljoštenost definirana relacijom (1.8). Kako je $n^6 \approx 2 \cdot 10^{-17}$, uvođenje daljnjih članova u prethodnim formulama nema smisla u aritmetici sa 16 znamenaka.

Formule

Neka su zadane pravokutne koordinate y i x u ravnini projekcije, a potrebno je izračunati geodetske koordinate φ i λ pripadne točke na elipsoidu.

Označimo kao i prije

$$l = \lambda - \lambda_0 \quad (1.9)$$

gdje je λ_0 geodetska dužina srednjeg meridijana područja koje se preslikava. Za novu službenu projekciju za cijelo područje Hrvatske uzima se $\lambda_0 = 16^\circ 30'$.

Nakon odgovarajućih mukotrpnih matematičkih izvoda i računanja doprinosa pojedinih koeficijenata u aritmetici sa 16 značajnih znamenaka, te izostavljanja onih članova koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od 10^{-16} (Lapaine 2006a), dobije se:

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{N(\varphi_F) \cos \varphi_F} y - \frac{1}{6N^3(\varphi_F) \cos \varphi_F} (1 + 2t^2 + \eta^2) y^3 + \\ &+ \frac{1}{120N^5(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(\begin{matrix} 5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 - 3\eta^4 \\ - 4\eta^6 + 8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 + 24t^2\eta^6 \end{matrix} \right) y^5 - \\ &- \frac{1}{5040N^7(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(\begin{matrix} 61 + 662t^2 + 1320t^4 + 720t^6 \\ + 107\eta^2 + 440t^2\eta^2 - 234t^2\eta^4 \\ + 336t^4\eta^2 \end{matrix} \right) y^7 + \\ &+ \frac{1}{362880N^9(\varphi_F) \cos \varphi_F} \left(\begin{matrix} 1385 + 24568t^2 \\ + 83664t^4 + 100800t^6 \\ + 40320t^8 + 47808\eta^2t^4 \end{matrix} \right) y^9 - \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_F - \frac{t}{2N^2(\varphi_F)} (1 + \eta^2) y^2 + \\ &+ \frac{t}{24N^4(\varphi_F)} \left(\begin{matrix} 5 + 3t^2 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 \\ - 6\eta^2t^2 - 9\eta^4t^2 \end{matrix} \right) y^4 - \\ &- \frac{t}{720N^6(\varphi_F)} \left(\begin{matrix} 61 + 90t^2 + 45t^4 + 107\eta^2 \\ + 43\eta^4 - 162\eta^2t^2 - 318\eta^4t^2 \\ - 45\eta^2t^4 + 135\eta^4t^4 \end{matrix} \right) y^6 + \\ &+ \frac{t}{40320N^8(\varphi_F)} \left(\begin{matrix} 1385 + 3633t^2 + 4095t^4 \\ + 1575t^6 + 3116\eta^2 - 5748\eta^2t^2 \\ - 3276\eta^2t^4 - 1260\eta^2t^6 \end{matrix} \right) y^8 - \dots \end{aligned}$$

φ_F je geodetska širina točke na srednjem meridijanu za koju je $x = B$, tj. duljina luka meridijana od ekvatora do promatrane točke i sve vrijednosti od t i η treba također izračunati za $\varphi = \varphi_F$.

Na kraju, uvest ćemo još nove oznake N (sjeverno) umjesto x i E (istočno) umjesto y .

HTRS96/TM**Conversion of rectangular coordinates E, N to geodetic coordinates φ, λ** E = reduced easting coordinate N = reduced northing coordinate

$$\bar{E} = \text{unreduced easting coordinate, i.e. } \bar{E} = \frac{E - 500\,000}{0.9999}$$

$$\bar{N} = \text{unreduced northing coordinate, i.e. } \bar{N} = \frac{N}{0.9999}$$

$$\varphi = \varphi_F + (g_2)\bar{E}^2 + (g_4)\bar{E}^4 + (g_6)\bar{E}^6 + (g_8)\bar{E}^8$$

$$l = (b_1)\bar{E} + (b_3)\bar{E}^3 + (b_5)\bar{E}^5 + (b_7)\bar{E}^7 + (b_9)\bar{E}^9$$

The formulae have an accuracy of 10^{-15} radians, to which corresponds 0,000 000 000 2".

$$(g_2) = -\frac{t}{2N^2(\varphi_F)}(1 + \eta^2)$$

$$(g_4) = \frac{t}{24N^4(\varphi_F)}(5 + 3t^2 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 - 6\eta^2t^2 - 9\eta^4t^2)$$

$$(g_6) = -\frac{t}{720N^6(\varphi_F)}(61 + 90t^2 + 45t^4 + 107\eta^2 + 43\eta^4 - 162\eta^2t^2 - 318\eta^4t^2 - 45\eta^2t^4 + 135\eta^4t^4)$$

$$(g_8) = \frac{t}{40320N^8(\varphi_F)}(1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6 + 3116\eta^2 - 5748\eta^2t^2 - 3276\eta^2t^4 - 1260\eta^2t^6)$$

$$(b_1) = \frac{1}{N(\varphi_F)\cos\varphi_F}$$

$$(b_3) = -\frac{1}{6N^3(\varphi_F)\cos\varphi_F}(1 + 2t^2 + \eta^2)$$

$$(b_5) = \frac{1}{120N^5(\varphi_F)\cos\varphi_F}(5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 + 8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 + 24t^2\eta^6)$$

$$(b_7) = -\frac{1}{5040N^7(\varphi_F)\cos\varphi_F}(61 + 662t^2 + 1320t^4 + 720t^6 + 107\eta^2 + 440t^2\eta^2 - 234t^2\eta^4 + 336t^4\eta^2)$$

$$(b_9) = \frac{1}{362880N^9(\varphi_F)\cos\varphi_F}(1385 + 24568t^2 + 83664t^4 + 100800t^6 + 40320t^8 + 47808\eta^2t^4)$$

In the given formulae, the difference should be noted between the northing coordinate N and the radius of curvature of the intersection of the ellipsoid by first vertical $N(\varphi_F)$:

$$N(\varphi_F) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_F}}$$

$$t = \tan \varphi_F, \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi_F.$$

All values of coefficients should be calculated in point F , i.e. for $\varphi = \varphi_F$. Geodetic latitude φ_F can be calculated by formulae (2.1)-(2.3), if axis \bar{N} i.e. unreduced north coordinate of the point is introduced instead of B .

φ and $\lambda = l + \lambda_0$ in radians

HTRS96/TM**Konverzija pravokutnih koordinata E, N u geodetske koordinate φ, λ** E = reducirana istočna koordinata N = reducirana sjeverna koordinata

$$\bar{E} = \text{nereducirana istočna koordinata, tj. } \bar{E} = \frac{E - 500\,000}{0,9999}$$

$$\bar{N} = \text{nereducirana sjeverna koordinata, tj. } \bar{N} = \frac{N}{0,9999}$$

$$\varphi = \varphi_F + (g_2) \bar{E}^2 + (g_4) \bar{E}^4 + (g_6) \bar{E}^6 + (g_8) \bar{E}^8$$

$$l = (b_1) \bar{E} + (b_3) \bar{E}^3 + (b_5) \bar{E}^5 + (b_7) \bar{E}^7 + (b_9) \bar{E}^9$$

Formule imaju točnost 10^{-15} radijana, čemu odgovara 0,000 000 000 2".

$$(g_2) = -\frac{t}{2N^2(\varphi_F)} (1 + \eta^2)$$

$$(g_4) = \frac{t}{24N^4(\varphi_F)} (5 + 3t^2 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 - 6\eta^2 t^2 - 9\eta^4 t^2)$$

$$(g_6) = -\frac{t}{720N^6(\varphi_F)} (61 + 90t^2 + 45t^4 + 107\eta^2 + 43\eta^4 - 162\eta^2 t^2 - 318\eta^4 t^2 - 45\eta^2 t^4 + 135\eta^4 t^4)$$

$$(g_8) = \frac{t}{40320N^8(\varphi_F)} (1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6 + 3116\eta^2 - 5748\eta^2 t^2 - 3276\eta^2 t^4 - 1260\eta^2 t^6)$$

$$(b_1) = \frac{1}{N(\varphi_F) \cos \varphi_F}$$

$$(b_3) = -\frac{1}{6N^3(\varphi_F) \cos \varphi_F} (1 + 2t^2 + \eta^2)$$

$$(b_5) = \frac{1}{120N^5(\varphi_F) \cos \varphi_F} (5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 - 3\eta^4 - 4\eta^6 + 8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 + 24t^2\eta^6)$$

$$(b_7) = -\frac{1}{5040N^7(\varphi_F) \cos \varphi_F} (61 + 662t^2 + 1320t^4 + 720t^6 + 107\eta^2 + 440t^2\eta^2 - 234t^2\eta^4 + 336t^4\eta^2)$$

$$(b_9) = \frac{1}{362880N^9(\varphi_F) \cos \varphi_F} (1385 + 24568t^2 + 83664t^4 + 100800t^6 + 40320t^8 + 47808\eta^2 t^4)$$

U navedenim formulama treba uočiti razliku između sjeverne koordinate N i polumjera zakrivljenosti presjeka elipsoida po prvom vertikalu $N(\varphi_F)$:

$$N(\varphi_F) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_F}}$$

$$t = \tan \varphi_F, \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi_F.$$

Sve vrijednosti koeficijenata treba izračunati u točki F , tj. za $\varphi = \varphi_F$. Geodetska širina φ_F može se izračunati formulama (2.1)-(2.3), ako se umjesto B uvrsti apscisa \bar{N} , odnosno nereducirana sjeverna koordinata točke.

φ i $\lambda = l + \lambda_0$ u radijanima

A numerical example

A conversion of rectangular coordinates E , N to geodetic coordinates φ , λ with an accuracy of 10^{-15} radians, or 0,0000000002" and the GRS80 ellipsoid.

Given:

$$E = 627\,000\text{ m}$$

$$N = 5\,000\,000\text{ m}$$

Calculated:

$$\varphi = 45^\circ 07' 42''.817\,276\,461\,5$$

$$\lambda = 18^\circ 06' 52''.178\,511\,344\,2$$

Notes

1. Let us note that the isometric latitude q appears in theoretical considerations and derivations, but not in practical computations for conversion of geodetic coordinates into rectangular coordinates or vice versa.
2. The new Law on Geodetic Survey and Real Estate Cadastre (NN 2007), and some previous offi-

cial documents in Croatia mention *planar map projections*. The attribute "planar" is unnecessary and unusual in domestic and foreign professional references. It is not clear why it was insisted on that attribute by the State Geodetic Administration, who proposed the law.

6 Conclusion

In this paper, the new official reference coordinate system for the map projection HTRS96/TM is represented. It will be used in Croatia for cadastre and topographic cartography for scales larger than 1:500 000. According to the *Decree on Establishing New Official Geodetic Datums and Planar Map Projections of the Republic of Croatia* published in the Official Gazette in 2004, new map projections should be implemented in official use gradually, and no later than January 1, 2010. It seems that there is not much time left for geodetic and other experts and professionals to get familiar with new official map projections.

References / Literatura

- Abakumov, N. (1942): Gauss-Krügerova projekcija u primjeni na područje Nezavisne Države Hrvatske, Hrvatska državna izmjera, br. 5, 70-74.
- Abakumov, N. (1946): Koordinacija svjetskih geodetsko-kartografskih radova, Geodetski glasnik br. 2, 36-38.
- Bačić, Ž. (2004): Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske – uputa za nastavno postupanje, Državna geodetska uprava, <http://www.dgu.hr>, 5. 11. 2004.
- Bačić, Ž. (2005): Program uvođenja službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija, Državna geodetska uprava, <http://www.dgu.hr>, 15. 9. 2005.
- Bašić, T., Bačić, Ž. (2000): Transformation between the Local and Global Geodetic Datum in Croatia. Proceedings of the Symposium of the IAG Section I (Positioning), Commission X (Global and Regional Geodetic Networks), Subcommission for Europe (EUREF), Publication No. 9, Tromsø – Norway, June 22-24, 2000, Editors: J. A. Torres and H. Hornik, Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Heft Nr. 61., 229–236, München.
- Boucher, C., Altamimi, Z. (1992): The EUREF Terrestrial Reference System and its First Realization. Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Heft 52, 205–213.
- Brockmann, E., Harsson, B. G., Ihde, J. (2001): Geodetic Reference System of the Republic of Croatia – Consultants Final Report on Horizontal and Vertical Datum Definition, Map Projection and Basic Networks, 1–35.
- Frančula, N. (1974): Izbor projekcije, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 42 str.
- Helmert, F. R. (1880): Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie, Einleitung und I. Teil: Die mathematischen Theorien. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig.
- ISO (2003): Geographic information – Spatial referencing by coordinates, ISO 19111, International Organization for Standardization.
- König, R., Weise K. H. (1951): Mathematische Grundlagen der höheren Geodäsie und Kartographie, Erster Band. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg.
- Krüger, L. (1912): Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene. Potsdam: Veröffentlichung des Königlich Preussischen Geodätischen Institutes, Neue Folge No. 52. BG Teubner, Leipzig.
- Lambert, J. H. (1772): Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung, Dritter Theil, im Verlag der Buchhandlung der Realschule, Berlin.
- Lapaine, M. (1990): Duljina luka meridijana. Geodetski list, 4–6, 97–108.

Numerički primjer

Konverzija pravokutnih koordinata E , N u geodetske koordinate φ , λ uz točnost 10^{-15} radijana, odnosno 0,000 000 000 2" i elipsoid GRS80.

Zadano:

$E = 627\ 000\ \text{m}$

$N = 5\ 000\ 000\ \text{m}$

Izračunano:

$\varphi = 45^\circ\ 07'\ 42'',817\ 276\ 461\ 5$

$\lambda = 18^\circ\ 06'\ 52'',178\ 511\ 344\ 2$

Napomene

1. Uočimo da se izometrijska širina q pojavljuje u teorijskim razmatranjima i izvodima, međutim ne i pri praktičnim računanjima pri konverziji geodetskih koordinata u pravokutne koordinate ili obratno.
2. U novom *Zakonu o geodetskoj izmjeri i katastru nekretnina* (NN 2007), a i u nekim prethodnim

službenim dokumentima govori se o *ravninskoj* kartografskoj projekciji. Upotrijebljeni atribut "ravninska" potpuno je nepotreban, ali i neuobičajen kako u domaćoj tako i u svjetskoj stručnoj literaturi. Nije jasno zbog čega su predlagatelji Zakona inzistirali na tom pridjevu.

6. Zaključak

U radu je prikazan novi službeni referentni koordinatni sustav kartografske projekcije HTRS96/TM, koji će se upotrebljavati u Hrvatskoj za potrebe katastra i topografske kartografije za mjerila krupnija od 1:500 000. Prema *Odluci o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske* objavljenoj u Narodnim novinama 2004. godine, nove kartografske projekcije trebale bi ući u službenu uporabu u Hrvatskoj postupno, a najkasnije do 1. siječnja 2010. Čini se da za upoznavanje geodetskih i drugih stručnjaka s novim službenim kartografskim projekcijama nije ostalo previše vremena.

- Lapaine, M. (2000): Prijedlog službenih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Državna geodetska uprava, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet.
- Lapaine, M., Tutić, D. (2002): Relationships between the old Gauss-Krüger projection and UTM projection for Croatia, poster: European Reference Frame – EUREF2001, Symposium of the IAG Commission X, Subcommittee for Europe, Dubrovnik, 16–19 May, 2001, organized by the State Geodetic Administration of the Republic of Croatia. Published in: EUREF Publication No. 10, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Band 23, 308–312.
- Lapaine, M. (2004): Izrada dokumentacije za usvajanje prijedloga službenih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Državna geodetska uprava RH, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- Lapaine, M. (2006a): Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – upute za praktičnu primjenu, I. dio, Računanja, Državna geodetska uprava, Geodetski fakultet Sveučilita u Zagrebu, Zagreb, 118 str.
- Lapaine, M. (2006b): Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – upute za praktičnu primjenu, II. dio, Nova podjela na detaljne listove službenih mjerila od 1:500 do 1:250 000, uključujući nomenklaturu i izradu preglednih karata, Državna geodetska uprava, Geodetski fakultet Sveučilita u Zagrebu, Zagreb, 64 str.
- Lapaine, M. (2006c): Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – upute za praktičnu primjenu, I. dio – skraćeno, Računanja, Državna geodetska uprava, Geodetski fakultet Sveučilita u Zagrebu, Zagreb, 2006, 74 str.
- Lapaine, M. (2006d): Nova kartografska projekcija Republike Hrvatske – HTRS96/TM – upute za praktičnu primjenu, u: Izvješća o znanstveno-stručnim projektima 2004./2005. godina, urednik M. Bosiljevac, Državna geodetska uprava, Zagreb, 13–18.
- Lapaine, Milj., Tutić, D., Lapaine, Mir. (2006): Numeričke vrijednosti geometrijskih konstanti elipsoida GRS80, Geodetski list, br. 4, 259–269.
- Marjanović, M., Bačić, Ž. (2002): Computation of the Combined Solution of EUREF GPS Campaigns 1994–1996 in the Republic of Croatia. Proceedings of IAG EUREF 2001 Symposium, Dubrovnik, 16–18 May 2001, 171–188, Euref Publication No. 10, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.
- Moritz, H. (1992): Geodetic Reference System 1980. The Geodesist's Handbook 1992, ed. C. C. Tscherning, Bulletin Géodésique. Vol. 66, No. 2. 187–192.
- NN (1999): Zakon o državnoj izmjeri i katastru nekretnina, Narodne novine 128/99.
- NN (2004a): Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Narodne novine 110/04, Vlada Republike Hrvatske.
- NN (2004b): Ispravak Odluke o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Narodne novine 117/04.
- (NN 2007): Zakon o geodetskoj izmjeri i katastru nekretnina, Narodne novine 16/07.
- Savezna geodetska uprava (1953): Osnovni geodetski radovi u F.N.R. Jugoslaviji. Beograd.